Matemaatiline analüüs I
26. praktikum

Olgu $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ pidev funktsioon ja $f(x) \geqslant 0$ iga $x \in [a,b]$ korral.
Hulka $D = \big\{\big(x,y\big) : x \in [a,b],\ y \in \big[0, f(x)\big]\big\}$ nimetatakse *kõvertrapetsiks.*
Valem 13.1. Kõvertrapetsi D *pindala* avaldub valemiga

$$S_D = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Olgu $f, g\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ pidevad funktsioonid ja olgu $f(x) \geqslant g(x)$ iga $x \in [a,b]$ korral.
Hulka $D = \big\{(x,y)\colon x \in [a,b],\ y \in \big[g(x), f(x)\big]\big\}$ nimetatakse *üldiseks kõvertrapetsiks.*
Valem 13.2. Üldise kõvertrapetsi D *pindala* avaldub valemiga

$$S_D = \int_a^b (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x.$$

Olgu $\varrho\colon [\alpha,\beta] \to \mathbb{R}$ pidev funktsioon ja $\varrho(\theta) \geqslant 0$ iga $\theta \in [\alpha,\beta]$ korral.
Hulka $D = \big\{(r\cos\varphi, r\sin\varphi)\colon \varphi \in [\alpha,\beta],\ r \in \big[0, \varrho(\varphi)\big]\big\}$ nimetatakse *kõversektoriks.*
Valem 13.3. Kõversektori *pindala* avaldub valemiga

$$S_D = \int_\alpha^\beta \frac{\varrho(\omega)^2}{2}\,\mathrm{d}\omega.$$

Olgu nüüd $K \subset [a,b] \times \mathbb{R}^2$ (ruumiline keha) ja iga $x \in [a,b]$ korral tema ristlõige $D_x = \{(y,z)\colon (x,y,z) \in K\}$.
Valem 13.4. Kui keha K rahuldab järgmisi tingimusi:
1) mistahes $x \in [a,b]$ korral leidub ristlõike D_x pindala S_{D_x},
2) pindalafunktsioon $S\colon [a,b] \to \mathbb{R}$, kus $S(x) = S_{D_x}$, on pidev,
3) iga $x_1, x_2 \in [a,b]$ korral kas $D_{x_1} \subset D_{x_2}$ või $D_{x_2} \subset D_{x_1}$;
siis keha K *ruumala* avaldub valemiga

$$V_K = \int_a^b S(x)\,\mathrm{d}x.$$

Valem 13.5. Kui $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ on pidev funktsioon, siis joontega $y = f(x)$, $x = a$, $x = b$ ja $y = 0$ piiratud kõvertrapetsi pöörlemisel ümber x-telje tekib pöördkeha K, mille ruumala avaldub valemiga

$$V_K = \pi \int_a^b f(x)^2\,\mathrm{d}x.$$