

Matemaatiline analüüs I

27. praktikum

Olgu $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ pidev lõigus $[a, b]$ ja *pidevalt* diferentseeruv vahemikus (a, b) . Hulka $AB = \{(x, y) : x \in [a, b], y = f(x)\}$ nimetatakse *lihtsaks siledaks kaareks*.

Valem 13.6. Lihtsa sileda kaare AB pikkus avaldub valemiga

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx.$$

Kui lihtne sile kaar AB on antud parameetrilisel kujul võrranditega

$$x = \varphi(t), \quad y = \psi(t), \quad t \in [\alpha, \beta],$$

kus $\varphi, \psi : [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$ on pidevad lõigus $[\alpha, \beta]$ ja pidevalt diferentseeruvad vahemikus (α, β) , siis saab eelnev valem järgmise kuju.

Valem 13.7. Lihtsa sileda kaare AB pikkus avaldub valemiga

$$l = \int_\alpha^\beta \sqrt{\varphi'(t)^2 + \psi'(t)^2} dt.$$

Kui lihtne sile kaar AB on antud polaarkoordinaatides võrrandiga

$$r = \rho(\theta), \quad \theta \in [\alpha, \beta],$$

kus $\rho : [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$ on pidev lõigus $[\alpha, \beta]$ ja pidevalt diferentseeruv vahemikus (α, β) , siis teiseneb valem alljärgnevalt.

Valem 13.8. Lihtsa sileda kaare AB pikkus avaldub valemiga

$$l = \int_\alpha^\beta \sqrt{\rho(\theta)^2 + \rho'(\theta)^2} d\theta.$$