

## 1 Pidev liitintressi mudel

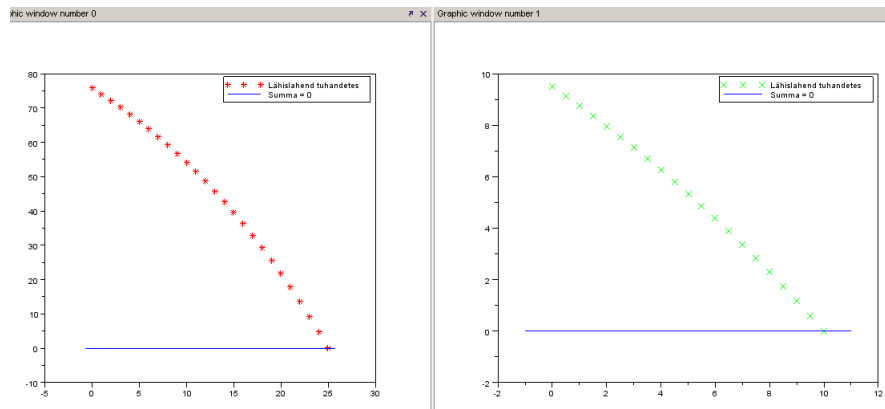
Kui me võtame  $S_0$  eurot laenu, siis lihtne (pideva) liitintressi arvestuse mudel kõlab

„laenuks võetud summa kasvab kiirusega  $r$  protsenti ajaperioodi jooksul“.

Olgu  $S(t)$  meie laenu suurus ajahetkel  $t$  (algsumma  $S_0$  pluss intressid). Sel juhul summa muutumise kiirus on tuletis  $S'(t)$  ja see võrdub  $r$  protsendiga kogusummast  $S(t)$  ehk

$$\begin{cases} S'(t) = r \cdot S(t) \\ S(0) = S_0 \end{cases}, \quad t \geq 0, \quad (1.1)$$

- otsitav  $S(t)$  on laenatud summa koguväärtus hetkel  $t$  (algsumma  $S_0$  + intressid).
- $r$  on laenuprotsent **ajaühiku** kohta (murdarv, nt  $r = 0.05$  ehk 5%).



### Märkus 1.1

Kui siia juurde toimub nn. pidev fikseeritud suurusega tagasimakse  $T > 0$  (sama ajaühiku kohta, milles arvestatakse intresse), siis saame järgmise algtingimusega ülesande:

$$\begin{cases} S'(t) = r \cdot S(t) - T \\ S(0) = S_0 \end{cases}, \quad t \geq 0. \quad (1.2)$$

Näeme, et sellisel kujul on liitintressi arvutamise reeglit väga kerge meeles pidada, kusjuures arvuti abiga lahendamine on umbes sama lihtne.

### Ülesanne 1.1

Pere tahab osta endale maja, kuid tal on võimalik laenu tagasi maksta maksimaalselt 300 eurot kuus ning turul on pakkuda laen 20 aastaks intressiga 3.5 % aastas.

Kui suurt laenu on perel võimalik endale lubada (tagasimaksed toimuvad pideva liitintressi mudeli järgi kord aastas)? Kui palju makstakse antud summa pealt kokku intresse?

Kui palju erineb tulemus, kui kasutate diskreetse mudeli valemit

$$S_0 = A \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}{r},$$

kus  $A$  on konstantne aastase tagasimakse suurus,  $n$  on aastate arv ja  $r$  on intressimäär?

### Kommentaariid

1. Ülesande (1.2) numbrilise lahendamise jaoks tuleks defineerida kahe muutuja funktsioon  $f(t, y)$ :

$$f(t, y) = r \cdot y - T.$$

SciLab'is tehakse seda järgmiselt:

```
function yy = f(t,y)
yy = // siia tuleb õige avaldis
endfunction
```

2. Ülesande lahendamiseks on mitmeid võimalusi. Algsummat  $S(0)$  me ei tea, kuid teame lõppsummat  $S(b) = 0$  (laen peab saama ühel hetkel tasutud). Seega loome sõlmed negatiivse sammuga

$$x = [ 20 : -1 : 0 ]$$

Seejärel leiame lähilahendi SciLab'i enda vahendiga

$$y = \text{ode}(S(b), b, x, f)$$

*Ode* argumentideks on algväärtus  $S(b)$ , algpunkt  $b$ , sõlmede vektor  $x$  ja funktsioon  $f$ .

## Viited

[1] K. Mekchay. Modeling with First Order Differential Equations.

[2] A. H. Siddiqi, P. Manchanda. A First Course of Differential Equations with Applications.