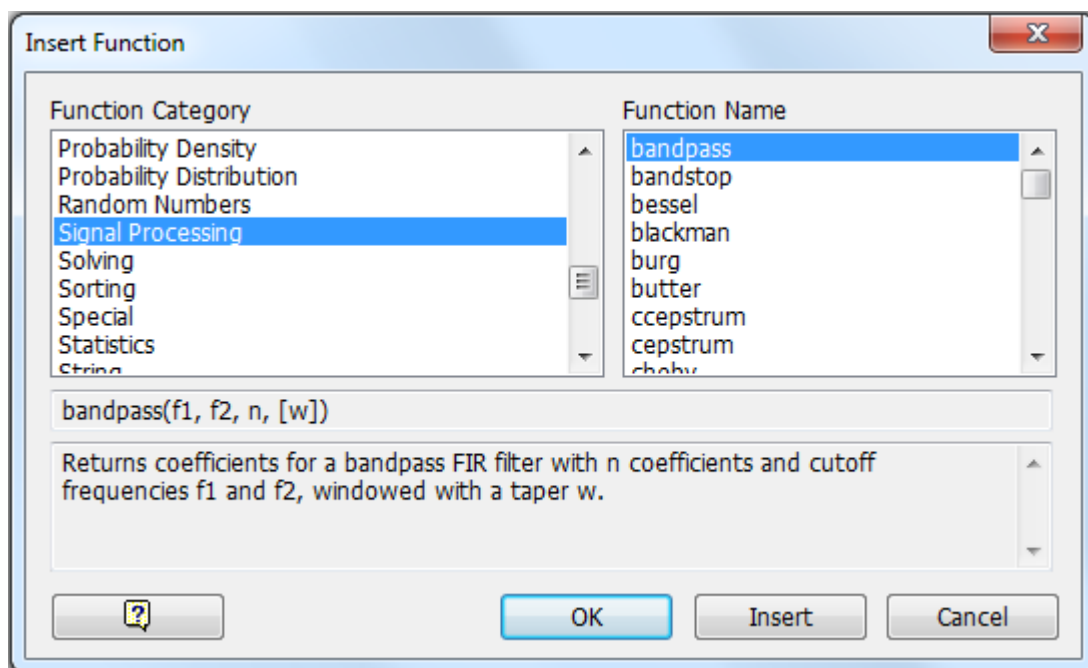


Mathcadi sisefunktsioonid

Mathcadi on endas sisse ehitatud palju erinevaid funktsioone, kuid lisaks saab juurde tellida lisapakette ja kirjutada ise sisefunktsioone näiteks C keeles. Meie piirdume siinkohal ainult Mathcadiga algsest kaasa tulevate tähtsamate sisefunktsioonidega.

Sisefunktsioonide lisamine

Valige menüüst "Insert" => "Function ...". Seejärel kuvatakse teile nimekirjad teemade järgi. Sisefunktsioonid on tõstutundlikud, s.t. suur- ja väiketähedel on erinevus.



Trigonomeetrilised funktsioonid

Astmed $\sin^2(x)$ sisestatakse kui $\sin(x)^2$. Alternatiivina võib kasutada "Prefix" operaatorit paletilt

"Evaluation" ja sisestada \sin^2 vasakusse ruutu ja x paremasse ruutu : $\sin^2 x \rightarrow \sin(x)^2$.

Trigonomeetriliste funktsioonide argumentid on radiaanides. Kui soovite kasutada kraade, siis kasutage süsteemisest ühikut "deg".

Hüperboolsete funktsioonide pöördfunktsioonide jaoks tuleb hüperboolsetele funktsioonidele ette kirjutada a , näiteks $\operatorname{asinh}(x)$.

$$\sin(30 \cdot \text{deg}) = 0.5$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$\text{angle}(1, 2) = 63.435 \cdot \text{deg}$$

Leiab nurga x-telje ja punkti (1,2) vahel radiaanides lõigul $[0, 2\pi]$. Siin kasutasime ühikut "deg", et leida tulemus kraadides.

$$\cot\left(\frac{\pi}{2}\right) \rightarrow 0$$

Kootangens ehk $1/\tan$, argument ei tohiks olla $n\pi$ -kordne.

$$\text{asin}\left(\frac{1}{2}\right) \rightarrow \frac{\pi}{6}$$

Arkussiinus ehk \sin^{-1} , määramispiirkond on $[-1, 1]$. Kui minna määramispiirkonnast välja, siis on tulemus kompleksne.

$$\text{asin}(2) = 1.571 - 1.317i$$

$$\text{acos}\left(\frac{1}{2}\right) \rightarrow \frac{\pi}{3}$$

Arkuskoosinus ehk \cos^{-1} , määramispiirkond on $[-1, 1]$. Kui minna määramispiirkonnast välja, siis on tulemus kompleksne.

$$\text{acos}(2) = 1.317i$$

$$\text{atan}(1) \rightarrow \frac{\pi}{4}$$

Arkustangens ehk \tan^{-1} määramispiirkond on $(-\infty, \infty)$.

$$\text{acot}(1) \rightarrow \frac{\pi}{4}$$

Arkuskootangens ehk \cot^{-1} määramispiirkond on $(-\infty, \infty)$.

$$\sinh(1) = 1.175$$

Hüperboolne siinus, $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

$$\cosh(1) = 1.543$$

Hüperboolne koosinus, $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$.

$$\tanh(1) = 0.762$$

Hüperboolne tangens, $\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

$$\text{coth}(1) = 1.313$$

Hüperboolne kootangens ehk \tanh^{-1} , $\text{coth}(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$.

Määramispiirkonda ei kuulu punkt $x=0$.

Funktsioonid kompleksarvude jaoks

$$\text{arg}(2 + i) = 0.464$$

Nurk komplekstasandil reaaltelje ja arvu $2+i$ vahel. Tulemus on radiaanides lõigus $[-\pi, \pi]$.

$$\text{Re}(2 + i) = 2$$

Reaalosa.

$$\text{Im}(2 + i) = 1$$

Imaginaarosa.

$$\text{signum}(2 + i) = 0.894 + 0.447i$$

Väljastab 1, kui $z \neq 0$. Ülejäänud juhtudel $z/|z|$.

$$\text{csgn}(2 + i) = 1$$

Väljastab 0, kui $z=0$. Väljastab 1, kui $\text{Re}(z) > 0$ (või $\text{Re}(z)=0$ ja $\text{Im}(z) > 0$). Ülejäänud juhtuudes väljastab -1.

Tükiti pidevad funktsioonid

$$x := 36.2$$

$$\text{if}(x = 0, 2, 3) = 3$$

If funktsioon väljastab teise argumendi, kui esimesel kohal olev tingimus on tõene, vastasel korral väljastatakse kolmas argument.

$$\text{if}(x \geq 0, 2, 3) = 2$$

$$\delta(1, 2) = 0$$

Kroneckeri deltafunktsioon, väljastab 1, kui mõlemad täisarvud on võrdsed. Vastasel korral väljastatakse 0.

$$\delta(1, 1) = 1$$

$$\Phi(2) = 1$$

Heaviside astmefunktsioon. Väljastab 1, kui $x \geq 0$.

$$\Phi(-2) = 0$$

Vastasel korral väljastab 0. Argument x peab olema reaalne.

$$\text{sign}(2) = 1$$

Signum, väljastab vastavalt 1 või -1 olenevalt argumendi positiivsusest või negatiivsusest. Kui $x=0$, siis väljastab 0. Argument peab olema reaalne.

$$\text{sign}(-2) = -1$$

Kombinatoorika ja arvuteooria

$$\text{combin}(6, 2) = 15$$

Väljastab kombinatsioonid kuuest kahe kaupa.

$$\text{permut}(6, 2) = 30$$

Väljastab permutatsioonid kuuest kahe kaupa.

$$\text{mod}(8.5, 3) = 2.5$$

Jääk reaalarvu 8.5 jagamisel arvuga 3.

$$\text{lcm}(3, 6, 5) = 30$$

Väljastab arvude vähima ühiskordse. Argumente võib olla rohkem või vähem.

$$\text{gcd}(12, 15, 9) = 3$$

Väljastab arvude suurima ühisteguri. Argumente võib olla rohkem või vähem.

Ümardamine

$$\text{ceil}(4.5) = 5$$

Vähim täisarv, mis on suurem-võrdne argumentidiga.

$$\text{floor}(4.5) = 4$$

Suurim täisarv, mis on väiksem-võrdne argumentidiga.

`round(4.5123456, 5) = 4.51235`

Ümardab reaalarvu etteantud komakohani.

`trunc(4.5123) = 4`

Lõikab reaalarvu küljest komakohad ja väljastab ainult täisarvuga seotud osa.

Spetsiaalsed funktsioonid

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^x e^{-t^2} dt$$

Klassikaline veafunktsioon, argument peab olema reaalne.

`erf(1.51234) = 0.968`

`erf(∞) = 1`

`$\Gamma(1.2) = 0.918$`

Euleri gammafunktsioon, argument võib olla kompleksne. Funktsioon ei ole defineeritud punktides $x=0, -1, -2, \dots$

Vektor- ja maatriksfunktsioonid

Vektorfunktsioonid kasutavad oma argumentidena ainult veeruvektoreid. Reavektorite korral kasutate transponeerimist.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$

$$v := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 1 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 1 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

`cols(A) = 3`

Maatriksi veergude arv.

`rows(A) = 4`

Maatriksi ridade arv.

`last(v) = 4`

Vektori viimase elemendi indeks.

`length(v) = 5`

Vektori elementide arv.

`max(A, B, v) = 12`

Väljastab maksimaalse elemendi. Argumendid võivad olla maatriksid, vektorid, skalaarid, sõned. Töötab ka komplekssete suuruste jaoks.

`min(A, B, v) = -3`

Väljastab minimaalse elemendi.

$$\text{diag}(v) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Väljastab ruutmatriksi, mille diagonaalil on vektori v elemendid.

$$\text{identity}(4) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Väljastab $N \times N$ ühikmatriksi, argumendiks on N .

$$\text{rref}(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Viib matriksi Gaussi meetodis tuntud ridade teisenduste abil kolmnurksele kujule.

$$\text{rank}(A) = 2$$

Matriksi astak.

$$\text{augment}(A, B) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 2 & 1 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ 10 & 11 & 12 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Ühendab matriksid või vektorid horisontaalsuunas. Argumentidel peab olema samasugune ridade arv.

$$\text{stack}(A, A) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$

Ühendab matriksid või vektorid vertikaalsuunas. Argumentidel peab olema samasugune veergude arv.

$$\text{submatrix}(A, 2, 3, 1, 2) = \begin{pmatrix} 8 & 9 \\ 11 & 12 \end{pmatrix}$$

Väljastab matriksist A alammatriksi, kus argumendid on kujul $(A, \text{rida}_i, \text{rida}_j, \text{veerg}_i2, \text{veerg}_j2)$.

$$f(x, y) := x + y$$

$$\text{matrix}(2,4,f) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Väljastab NxM maatriksi, kus igale elemendile rakendatakse kahemuutuja funktsiooni f(i,j).

$$\text{eigenvals}(B) = \begin{pmatrix} 12.971 \\ -3.362 + 1.395i \\ -3.362 - 1.395i \\ -2.246 \end{pmatrix}$$

Ruutmaatriksi B omaväärtused. Tuletame meelde, et omaväärtused λ ja omavektorid z on seotud avaldisega $\lambda z = Bz$

$$\text{eigenvecs}(B) = \begin{pmatrix} -0.651 & -0.168 + 0.334i & -0.168 - 0.334i & -0.317 \\ -0.487 & -0.521 + 0.079i & -0.521 - 0.079i & 0.337 \\ -0.415 & -0.256 - 0.348i & -0.256 + 0.348i & -0.717 \\ -0.409 & 0.63 & 0.63 & 0.521 \end{pmatrix}$$

Ruutmaatriksi omavektorid, mis asuvad veergude kaupa üksteise kõrval.

$$\text{eigenvec}(B, -2.246) = \begin{pmatrix} 0.317 \\ -0.337 \\ 0.717 \\ -0.521 \end{pmatrix}$$

Ruutmaatriksi B üks omavektoritest (vastab omaväärtusele, mis antakse ette teise argumendiga).

Sorteerimine

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 1 & -5 & 1 \\ 34 & 0 & -56 & 10 \\ -100 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$v := \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -36 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{csort}(A, 3) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -5 & 1 \\ -100 & 2 & 6 & 4 \\ 34 & 0 & -56 & 10 \end{pmatrix}$$

Väljastab maatriksi, kus read sorteeritakse soovitud veeru järgi kasvavas järjekorras. Rõhutame, et sorteerimiseks kasutatakse ainult teise argumendi poolt määratud veergu.

$$\text{rsort}(A, 1) = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 1 & -1 \\ -56 & 0 & 10 & 34 \\ 6 & 2 & 4 & -100 \end{pmatrix}$$

Väljastab maatriksi, kus veerud sorteeritakse soovitud rea järgi kasvavas järjekorras. Rõhutame, et sorteerimiseks kasutatakse ainult teise argumendi poolt määratud rida.

$$\text{reverse}(A) = \begin{pmatrix} -100 & 2 & 6 & 4 \\ 34 & 0 & -56 & 10 \\ -1 & 1 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

Väljastab maatriksi (vektori), kus read on antud vastupidises järjestuses (ehk siis peegeldatud kujul).

$$\text{sort}(v)^T = (-36 \ 0 \ 1 \ 3)$$

Sorteerib vektori elemendid kasvavas järjekorras.

Mitmesugused funktsioonid

$$x = 36.2$$

$$\text{IsArray}(x) = 0$$

Kontrollib, kas muutuja on maatriks või vektor. Väljastab 1, kui on, 0 vastasel juhul.

$$\text{IsScalar}(x) = 1$$

Kontrollib, kas muutuja on reaalarv või kompleksarv. Väljastab 1, kui on, 0 vastasel juhul.

$$\text{IsString}(x) = 0$$

Kontrollib, kas muutuja on sõne. Väljastab 1, kui on, 0 vastasel juhul.

$$\text{UnitsOf}(x) = 1$$

Väljastab muutuja x mõõtühiku. Kui suurus x on ilma ühikuta, siis väljastatakse 1.

$$\text{concat}(\text{"Lehm"}, \text{" "}, \text{"lippas"}, \text{" aasal."}) = \text{"Lehm lippas aasal."}$$

Ühendab sõned.

$$\text{num2str}(x) = \text{"36.2"}$$

Väljastab reaali- või kompleksarvust vastava väärtusega sõne.

$$\text{str2num}(\text{"4.51e-3"}) = 4.51 \times 10^{-3}$$

Väljastab sõnest vastava väärtusega arvu.

$$\text{str2vec}(\text{"öökull"}) = \begin{pmatrix} 246 \\ 246 \\ 107 \\ 117 \\ 108 \\ 108 \end{pmatrix}$$

Väljastab sõnest vektorina vastava ASCII kooditabeli.

$$\text{strlen}(\text{"Suurte arvude seadus"}) = 20$$

Väljastab sõne pikkuse.

$$\text{substr}(\text{"Leia mind üles"}, 5, 4) = \text{"mind"}$$

Väljastab sõnest osa, alates teisest argumentist pikkusega kolmas argument. Indeksargumendid peavad

olema nullid või naturaalarvud.

`search("Leia mind üles" , "mind" , 0) = 5`

Otsib sõnest alamsõnet alates kolmandast argumendist. Vastuseks on indeks, millisest positsioonist alamsõne esimest korda esineb. Kui vastet ei leita, siis on vastuseks -1.

Statistika funktsioonid

`mean(v) = -8`

Väljastab veeruvektori elementide keskvärtuse.

`Stdev(v) = 18.708`

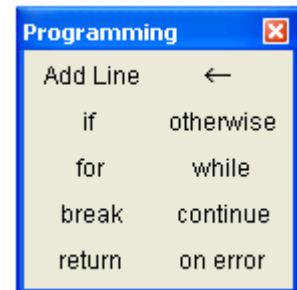
Väljastab veeruvektori elementide standardhälbe.

`median(v) = 0.5`

Väljastab veeruvektori elementide mediaani (keskmine element või kahe keskel asuva järjestatud väärtuse keskmine).

Veidi programmeerimisest

Programmeerimise vahendeid tuleb kasutada Programmeerimise paletilt.



Joonoperaator

$\left(\begin{array}{c} | \\ \vdots \\ | \end{array} \right)$

Ridu saab lisada joonoperaatori abil. Ridade lisamiseks tuleks klikata kuskil kastikeses või valida vastav avaldis ja valida jällegi joonoperaator ehk "Add Line".

Joonoperaatoriga määratud avaldist saab kasutada kõikjal, kus saab kasutada ka "tavalisi" avaldisi. Samuti võib selle avaldise väärtuseks olla ka massiiv (vektor või maatriks).

Näide. Defineerime funktsiooni $f(x,y) = \log\left(\frac{x}{y}\right)$

$$f(x, y) := \begin{cases} z \leftarrow \frac{x}{y} \\ \log(z) \end{cases}$$

Programmi sees saab kasutada ainult lokaalset omistamist nooloperaatori abil (z on siin lokaalne muutuja).

Programmi väljundiks on viimasel real asuv avaldis. Mitme väljundi jaoks tuleks väljastada vektor või maatriks.

$$(f(1, 1)) = 0$$

Näide. Defineerime funktsiooni $g(a, b, c) = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$

$$g(a, b, c) := \begin{cases} D \leftarrow b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\ \text{lugeja} \leftarrow -b + \sqrt{D} \\ \text{nimetaja} \leftarrow 2 \cdot a \\ \frac{\text{lugeja}}{\text{nimetaja}} \end{cases}$$

$$(g(1, 2, 1)) = -1$$

Näide.

Tunnis on $60 \cdot 60 = 3600$ sekundit. Tundide arvu saamiseks tuleb leida jagatisest $t/60$ täisosa (funktsioon "floor()") leiab maksimaalse täisarvu, mis ei ületa argumentiks olevat reaalarvu)

$$aeg(x) := \begin{cases} \text{tunnid} \leftarrow \text{floor}\left(\frac{x}{60 \cdot 60}\right) \\ \text{minutid} \leftarrow \text{floor}\left(\frac{x - \text{tunnid} \cdot 60 \cdot 60}{60}\right) \\ \text{sekundid} \leftarrow x - \text{tunnid} \cdot 60 \cdot 60 - \text{minutid} \cdot 60 \\ \begin{pmatrix} \text{tunnid} \\ \text{minutid} \\ \text{sekundid} \end{pmatrix} \end{cases}$$

Minutite leidmiseks tuleb ajast sekundites lahutada esmalt tundidele kulutatud osa ja tulemuse ning 60 jagatisest leida täisosa. Sekunditeks jääb esialgselt ajast see osa, mis tundidest ja minutitest üle jäi.

Funktsiooni väärtuseks on vektor, mille esimene komponent väljendab tunde, teine minuteid ja kolmas sekundeid.

$$(aeg(45)) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 45 \end{pmatrix} \quad (aeg(234545)) = \begin{pmatrix} 65 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix}$$

IF tingimuslause

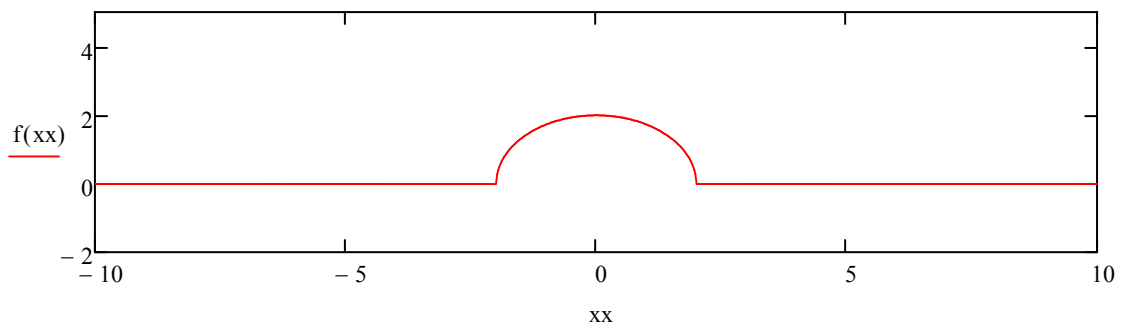
Tingimuslause (if-lause) annab võimaluse täita korraldust vaid juhul kui teatud loogiline tingimus on täidetud, samuti teostada valikut erinevate korralduste (lausete) vahel.

$$\left(\begin{array}{l} \text{if } \end{array} \right)$$

If lause tuleb tingimata valida programmeerimise paletilt, seda ei tohi ise kirjutada.

$$\left(\begin{array}{l} f(x) := \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{if } |x| > 2 \\ \sqrt{4 - x^2} & \text{otherwise} \end{array} \right. \end{array} \right)$$

Tingimus ise kirjutatakse paremale poole, väärtus vasakule.



Näide

Näiteks 20%-lise tulumaksu arvestamiseks palgast kui maksuvaba miinimum on 200 eurot, sobiks järgmine funktsioon:

$$\text{tulumaks}(\text{palk}) := \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{if } \text{palk} \leq 200 \\ (\text{palk} - 200) \cdot 20\% & \text{otherwise} \end{array} \right.$$

$$\text{tulumaks}(200) = 0$$

$$\text{tulumaks}(800) = 120$$

$$\text{tulumaks}(2000) = 360$$

FOR tsükkel

Mathcad-is on olemas ka tsükli- ehk kordamiskäsud. Jadatsükkel (for-lause) võimaldab korduvalt täita käskude gruppi, kui korduste arv on ette teada. *for-tsükli päises* tuleb öelda, millisesse väärtuste hulka kuulub nn *tsükli loendaja* (lokaalne skalaarne muutuja) ja *tsükli kehas* tuleb kirjeldada käskude grupp, mis korduvalt täitmisele kuulub. Tsükli täitmisel omandab tsüklimuutuja järjest (üksikväärtus) väärtused oma väärtuste hulgast ning iga üksikväärtuse korral täidetakse tsükli kehasse kuuluvad käsud

$$\left(\begin{array}{l} \text{for } \end{array} \right)$$

$$\left(\text{sum}(n) := \begin{array}{l} s \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..n \\ s \leftarrow s + i \end{array} \right)$$

$$(\text{sum}(100)) = 5050$$

$$\left(\text{join}(r,s) := \begin{array}{l} m \leftarrow 0 \\ \text{for } x \in r,s \\ \quad v_m \leftarrow x \\ \quad m \leftarrow m + 1 \\ v \end{array} \right)$$

For tsükli indeksi muutumise piirkond ei pea olema ainult täisarv i, vaid võib koosneda hulkadest, vektoritest.

$$\left(r := \begin{pmatrix} 100 \\ 101 \\ 102 \end{pmatrix} \right) \left(\underline{s} := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$$

$$(\text{join}(r,s)) = \begin{pmatrix} 100 \\ 101 \\ 102 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

WHILE tsükkel

Tingimuslik tsükkel erineb jadatsüklist selle poolest, et korduste arv pole ette teada, kuid on teada tingimus, mille täidetuse korral tuleb jätkata tsükli täitmist. Selle tingimuse kirjutamegi võtmesõna while järel.

Tsükli täidetakse seni, kuni tingimuslause on tõene.

$$\left(\underline{m} := 0, 1..2500 \right) \\ \left(v_m := 1 + \sin(m) \right)$$

Moodustame ühe vektori.

$$(v) =$$

	0
0	1
1	1.841
2	1.909
3	1.141
4	0.243
5	0.041
6	0.721
7	1.657
8	...

$t(v, \text{threshold}) := \begin{cases} j \leftarrow 0 \\ \text{while } v_j \leq \text{threshold} \\ \quad j \leftarrow j + 1 \\ j \end{cases}$

While lause tingimuse kontroll. Kui tõene, siis minnakse edasi.

$(t(v, 1.98)) = 8$

Kasutatud kirjandus

[1] U. Hämarik. "MTMM.00.216 Arvutiõpetus: Mathcad, MS Office. Mathcad: mõõtühikud". Tartu Ülikool. http://math.ut.ee/~uno_h/arvutiopf.html

[2] "Mathcad 2000. User's Guide." USA, 1999.