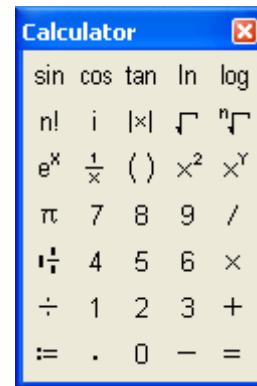


Aritmeetilised ja loogilised operaatorid. Vektor- ja maatriksoperaatorid

Aritmeetilised operaatorid

Need leiab paletilt "Calculator" ja ei vaja eraldi kommenteerimist. Tehete järjekorraks on astendamine, korrutamine-jagamine, liitmine-lahutamine. Erinevalt teistest programmidest on Mathcadis võimalik tehete järjekorda ka visuaalselt kombineerida. Kui tekib kahtlus, siis on alati mõistlik kasutada sulge.

$$\frac{\frac{5 \cdot 2^3}{4} + 4 \cdot 2}{3} = 6$$



Operaatoreid võib sisestada klaviatuurilt või siis valides paletilt soovitud operaatori. Kui libistada hiirega üle paletiosade, siis ilmub hiirekursori juurde märged kiirklahvide kohta.

Näiteks avaldise $2/3$ jaoks võib esiteks kirjutada 2, siis kaldkriips / ja lõpuks 3. Kuid sageli võib kasulikum olla kirjutada esiteks operaator, meie juhul jagamistehe /, mille järel Mathcad kuvab ise automaatselt mustad kastikesed lugeja ja nimetaja jaoks.

■
■

Näide. Astendamisel tuleb olla väga tähelepanelik.

$$x := -1$$

$$x^{\frac{2}{3}} \rightarrow (-1)^{\frac{2}{3}} = -0.5 + 0.866i$$

$$\left(\sqrt[3]{x}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{1}{x^3}\right)^2 = -0.5 + 0.866i$$

$$\left(x^2\right)^{\frac{1}{3}} = 1$$

Olgu $x=-1$. Paneme x astmes $2/3$ kirja erineval moel.

Juurimistehe on matemaatikas defineeritud nii, et vastuses eelistatakse reaalarve. Siin saame õige vastuse.

Astendamistehe arvuga $1/3$ annab aga teise tulemuse. Sama tulemuse saime astmega $2/3$.

Ruutu võtmine muudab avaldise positiivseks ja seejärel astendamine enam probleeme ei valmista.

Kui mingil avaldisel on mitu erinevat väärtust (näiteks kompleksarvudega seotud avaldistes), siis Mathcad valib sellise, kus nurk reaalteljega on minimaalne. Sellepärast -1 astendamise korral saadaksegi kompleksarv, sest -1 nurk reaalteljega on 180 kraadi, mis on suurem kui arvul $0.5 + 0.866i$.

Kompleksarvu korral tuleb imaginaarosa jaoks kirjutada "1i". Ekraanile kuvatakse "i". Kui kirjutate ainult "i", siis loetakse seda tavalise muutujana (tihti on meil indeksid sellise tähisega). Olgu toodud mõned sagedasemad valemid [1]:

$$z := -2 - 4 \cdot i$$

$$-2 - 4i = \blacksquare$$

This variable is undefined.

Kompleksarvu kaaskompleks: kirjuta muutuja ja jutumärgid.

$$\bar{z} = -2 + 4i$$

Kompleksarvu moodul (norm) $|z| = \sqrt{z \cdot \bar{z}}$, kirjuta | ja z.

$$|z| = 4.472 \quad \sqrt{z \cdot \bar{z}} = 4.472$$

Kompleksarvu argument: $\arg(z) = \varphi$.

$$\arg(z) = -2.034$$

$$z = a + b \cdot i = r(\cos(\varphi) + i \cdot \sin(\varphi)) = r \cdot e^{i \cdot \varphi}$$

$$|z| \cdot e^{\arg(z) \cdot i} = -2 - 4i$$

Määramatused. Mathcad kasutab nulli ja lõpmatusega arvutamisel järgmisi reegleid (võivad sümbolarvutuse ja numbrilise arvutuse korral olla erinevad):

$$0 \cdot \infty = 0$$

$$0 \cdot \infty \rightarrow \text{undefined}$$

$$\infty - \infty = 0$$

$$\infty - \infty \rightarrow \text{undefined}$$

$$\infty \cdot \infty = \blacksquare$$

Found a number with a magnitude greater than 10^{307} while trying to evaluate this expression.

$$\frac{0}{0} = 0$$

$$\frac{0}{0} \rightarrow$$

Sümbolarvutuse korral ei saa jagada. Numbrilise arvutuse korral loetakse avaldis nulliga korrutamiseks.

$$\frac{2}{0} = \blacksquare$$

Nulliga jagamine ei ole loomulikult lubatud, kui just murru lugeja ise ka null ei ole.

$$8\infty + 9\infty = 1.7 \times 10^{308}$$

$$10\infty + 10\infty = \blacksquare$$

$$\infty \cdot \infty = \blacksquare$$

Encountered a floating point error.

IEEE standard ei lubanud kasutada suuremaid arve kui $1.8 \cdot 10^{308}$.

$$0^0 = 1$$

$$0^0 \rightarrow 1$$

$$\infty^0 = 1$$

$$\infty^0 \rightarrow 1$$

Loogilised operaatorid

Loogilised operaatorid annavad tõese vastuse korral väljundiks ühe ja väära vastuse korral annavad väljundiks nulli. Seega ongi neil tulemuse väljastamisel ainult kaks võimalikku väärtust.



On võrdne

$$1 = 2 = 0$$

$$3.14 = 3.14 = 1$$

Võrdlused. Kompleksarvude korral ei saa kasutada võrdlustehteid, kuna neil puudub kompleksarvude jaoks tähendus.

$$\frac{1}{2} < \frac{2}{3} = 1$$

$$\frac{1}{2} > \frac{2}{3} = 0$$

$$i > 2 = \blacksquare$$

$$1 \leq 2 = 1$$

$$1 \geq 2 = 0$$

$$i + 1 \leq 3 = \blacksquare$$

Sõnade võrdluse jaoks kasutatakse ASCII kooditabelit.

$$\text{"Hobune"} < \text{"Elevant"} = 0$$

$$\text{"Vaalaskala"} \geq \text{"Elevant"} = 1$$

Ei ole võrdne

$$1 \neq 2 = 1$$

$$1 \neq 1 = 0$$

Eitus (NOT)

$$\neg 1 = 0$$

$$\neg 0 = 1$$

$$\neg(1 - 1) = 1$$

Ja (AND)

$$1 \wedge 1 = 1$$

$$1 \wedge 0 = 0$$

$$2 \wedge 3 = 1$$

Või (OR)

$$1 \vee 1 = 1$$

$$1 \vee 0 = 1$$

$$2 \vee 3 = 1$$

Välistav või (XOR) on tõene, kui ainult üks liikmetest on tõene.

$$1 \oplus 1 = 0$$

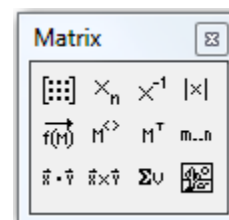
$$1 \oplus 0 = 1$$

$$2 \oplus 3 = 0$$

Vektor- ja maatriksoperaatorid

Eespool vaadatud aritmeetilisi operaatoreid saab kasutada ka vektorite ja maatriksite jaoks. Operaatorid, mis töötavad ainult vektoritega, on mõeldud kasutamiseks ainult veeruvektoritega (reavektorite korral tuleks need transposeerida).

Lisaks on olemas veel järgmised operaatorid:



Defineerime matriksid, A on 2x3 ristkülikmatriks, B on 2x2 ruutmatriks ja C on veeruvektor.

$$\underline{\underline{A}} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{B}} := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{C}} := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

1. Matriksi liige, indeksid (algavad nullist).

$$A_{0,0} \rightarrow 1 \quad A_{1,1} = 5$$

2. Pöördmatriks (saab kasutada vaid regulaarsete ruutmatriksite korral).

$$\underline{\underline{A}}^{-1} = \blacksquare \quad \underline{\underline{B}}^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1.5 & -0.5 \end{pmatrix}$$

3. Determinant (on olemas vaid ruutmatriksite jaoks). Märgime, et | | on siiski erinev aritmeetiliste operaatorite juures asuvast absoluutväärtuse märgist (viimane annab vektori korral selle pikkuse).

$$|\underline{\underline{A}}| = \blacksquare \quad |\underline{\underline{B}}| = -2$$

$$|\underline{\underline{C}}| = \blacksquare \quad |\underline{\underline{C}}| \rightarrow \sqrt{5}$$

4. Vektoriseerimine. Kui matriksavaldisele panna peale vektorimärk, siis rakendatakse soovitud tehet eraldi kõikidele matriksi liikmetele.

$$\overrightarrow{\underline{\underline{A}}^2} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 16 & 25 & 36 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{(\underline{\underline{C}} + 1)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

5. Matriksi veergude eraldamine. Ridade eraldamiseks võib kasutada transponeerimist.

$$\underline{\underline{A}}^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (\underline{\underline{A}}^T)^{(0)T} = (1 \ 2 \ 3)$$

6. Transponeerimine (ridade ja veergude vahetamine).

$$\underline{\underline{A}}^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{C}}^T = (1 \ 2)$$

7. Vahemikmuutuja. Näiteks kuvame matriksi A esimese rea. Selleks defineerime j=0..2 ja kasutame indeksis rea jaoks väärtust 0 ja veeru jaoks indeksmuutujat j.

$$j := 0..2 \quad \underline{\underline{A}}_{0,j} =$$

1
2
3

8. Matriksite korrutamine (dot product). Omavahel saab korrutada matrikseid, kus esimese matriksi veergude arv võrdub teise matriksi ridade arvuga ehk **Mat(n,m) x Mat(m,k) = Mat(n,k)**.

$$\underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{A}}^T = \begin{pmatrix} 14 & 32 \\ 32 & 77 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{A}}^T \cdot \underline{\underline{C}} = \begin{pmatrix} 9 \\ 12 \\ 15 \end{pmatrix}$$

Vektorite korral on tulemuseks skalaarkorrutis.

$$\underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{C}} = 5$$

Ruutmatrikseid saab astmesse võtta tavalise astmemärgi abil.

$$\underline{\underline{B}}^3 = \begin{pmatrix} 37 & 54 \\ 81 & 118 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{B}} = \begin{pmatrix} 37 & 54 \\ 81 & 118 \end{pmatrix}$$

9. Vektorkorrutis. Vektorid peavad olema antud ruumis ehk siis kolmeelemendilised. Tulemuseks on vektor.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix}$$

10. Summa vektori liikmetest. Töötab ainult vektorite jaoks. Maatriksite jaoks tuleb kasutada veergude eraldajat koos indekseeritud summa märgiga.

$$\sum_j C = 3 \quad \sum_j \sum A^{(j)} = 21$$

11. Maatriksite liitmine. Liita ja lahutada saab omavahel sama järku maatrikseid. Kui liita või lahutada reaalarv, siis liidetakse (lahutatakse) see eraldi kõikidest elementidest.

$$A + A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix} \quad \mathbf{A + B = \blacksquare}$$

$$A - 5 = \begin{pmatrix} -4 & -3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

12. Skalaariga korrutamine ja jagamine. Mäletavasti maatriksit skalaariga korrutades, korrutatakse eraldi kõiki maatriksi liikmeid sama arvuga.

$$10 \cdot B = \begin{pmatrix} 10 & 20 \\ 30 & 40 \end{pmatrix} \quad \frac{B}{2} = \begin{pmatrix} 0.5 & 1 \\ 1.5 & 2 \end{pmatrix}$$

13. Vastandmaatriks. Piisab, kui korrutada maatriksit miinus ühega või kirjutada ette miinus märk.

$$-A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -4 & -5 & -6 \end{pmatrix}$$

Kasutajapoolsete operaatorite loomine

Te võite operaatoreid defineerida kui funktsioone.

$$\underline{\underline{L}}(x, y) := x^2 + y$$

Seejärel võib neid kas kasutada kui funktsioone või võtta "Evaluation" paletilt "Prefix", "Postfix" või "Infix Operator" (analoogiliselt, nagu te kasutaksite näiteks liitmis- või lahutamistehet + või -).

$$2 \text{ L } 1 = 5$$

$$L(2, 1) = 5$$

Kasutatud kirjandus

- [1] J. Reimand, K. Velsker. Matemaatika valemid. Kirjastus Koolibri 2010.
- [2] "Mathcad 2000. User's Guide." USA, 1999.
- [3] Mati Heinloo. "Mathcad algajaile". Eesti Maaülikool, elektrooniline õppematerjal.
http://e-ope.ee/repositoorium?@=66uk#euni_repository_10890