

Ülesanne 5. Tuletis- ja integraaloperaatorid

1. [1p] Leidke integraal $\int \sqrt{\sin(x)} \cdot \cos(x)^3 dx$. Kui vastust ei saa, siis proovige üks koosinuse ruut lahti kirjutada siinuse ruudu kaudu.



2. [1p] Leida määratud integraal $\int_0^1 \left[\frac{4}{(-x)^3} - x^{1.5} \right] dx$. Vihje: vastus peab tulema reaalarv.



3. [1p] Leida funktsiooni $e^{\frac{1}{1-\sin(x)}}$ tuletis kohal $x = \sqrt{2}$. Kontrolliks leida piirväärtus (tuletise arvutusvalem definitsiooni järgi) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{f(\sqrt{2} + z) - f(\sqrt{2})}{z}$. Kumb tulemus on tõepärasem?



4. [1p] Kunstnikul on plaanis ümber vaasi graveerida joon $f(x) = \sin(2 \cdot x) + \sin(3x)^2$. Mitu sentimeetrit on see joon pikk, kui on teada, et vaasi ümbermõõt on $7 \cdot \pi$ sentimeetrit? Vihje: Joone pikkus lõigul $[a, b]$ on leitav integraaliga

$s = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{d}{dx} f(x) \right)^2} dx$. Kumb variant kulutaks vähem materjali, kas joon $f(x)$ või

lihtsalt kaks paralleelset joont ümber vaasi? Kas oleks kasu, kui muuta joonel särke vähemaks, s.t. korrutada ruutliiget läbi 0.6-ga?

