

16.1 Fourier' read komplekskujul

T -perioodiline funktsioon,

$$f(x) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\omega x},$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x) e^{-in\omega x} dx, \quad n \in \mathbb{Z},$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Reaalsed ja kompleksed kordajad,

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos(n\omega x) + b_n \sin(n\omega x) \right],$$

$$a_0 = 2 \cdot c_0, \quad a_n = 2 \cdot \operatorname{Re}(c_n), \quad b_n = -2 \cdot \operatorname{Im}(c_n).$$

$n\omega$	lainearv,
$e^{in\omega x}$	harmoonik,
c_n	kompleksamplituud,
$ c_n $	harmooniku amplituud (moodul),
$\arg(c_n)$	harmooniku faas.

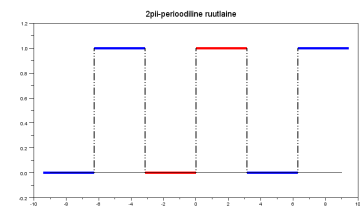
Ülesanne 16.1

Leida 2 kHz ühikamplituudiga koosinuslaine Fourier' rida komplekskujul ja vastav spekterdiagramm.

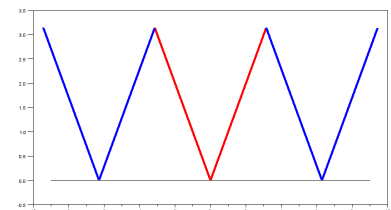
Ülesanne 16.2

Leida (2π) -perioodilise ruutlainekeese f Fourier' rida komplekskujul, kui

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , -\pi < x \leq 0 \\ 1 & , 0 < x \leq \pi \end{cases}.$$

**Ülesanne 16.3**

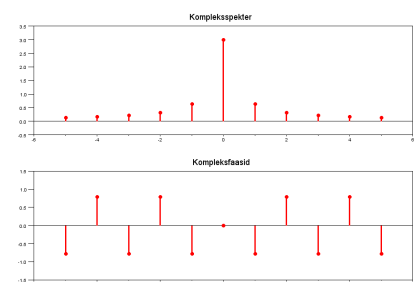
Leida (2π) -perioodilise kolmnurkse lainekeese $f(x) = |x|$ Fourier' rida komplekskujul.

**Ülesanne 16.4**

On teada, et komplekskordajad avalduvad kujul

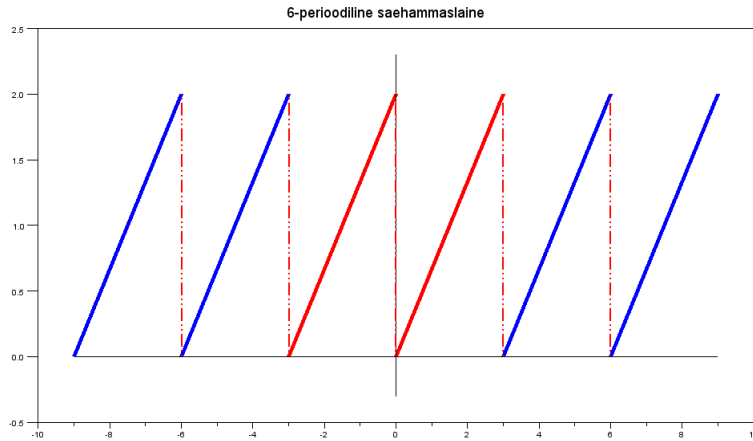
$$c_0 = 3, \quad c_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi n} + \frac{\sqrt{2} \cos(\pi n)}{\pi n} i, \quad n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Koostada laine spekterdiagramm, leida faasid ning kirjutada välja Fourier' rida reaalsel kujul (tegemist on (2π) -perioodilise funktsiooni Fourier' reaga).



Ülesanne 16.5

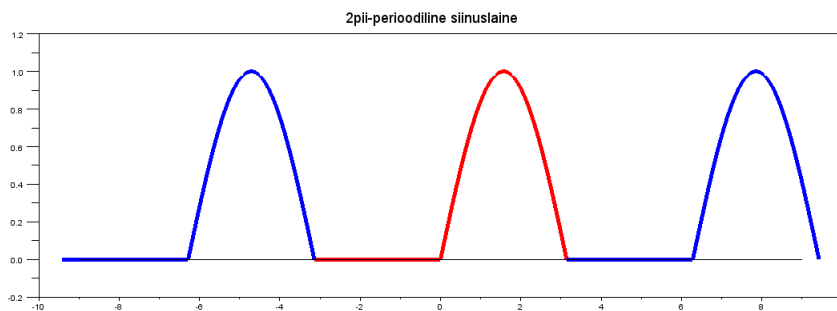
Leida 6-perioodilise saehammaslaine Fourier' rida komplekskujul, laine spekterdiagramm ja faasid.



Ülesanne 16.6

Leida (2π) -perioodilise laine Fourier' rida komplekskujul, laine spekterdiagramm ja faasid,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , -\pi < x < 0 \\ \sin(x) & , 0 \leq x \leq \pi \end{cases}.$$



Valitud vastused

- 16.1. $F(x) = \frac{1}{2}e^{-i\omega t} + \frac{1}{2}e^{i\omega t}$.
- 16.2. $F(x) = \frac{1}{2} + \sum_{n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} \frac{(-1)^n - 1}{2\pi n} i e^{inx}$.
- 16.3. $F(x) = \frac{\pi}{2} - \sum_{n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} \frac{1 - (-1)^n}{\pi n^2} e^{inx}$.
- 16.4. $F(x) = 3 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2\sqrt{2}}{n\pi} \cos(nx) + (-1)^{n+1} \frac{2\sqrt{2}}{n\pi} \sin(nx) \right)$.
- 16.5. $F(x) = 1 + \sum_{n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} \frac{1 + (-1)^n}{\pi n} i e^{in\pi/3x}$.
- 16.6. $F(x) = -\frac{1}{4}ie^{ix} + \frac{1}{4}ie^{-ix} + \sum_{n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1,1\}} \frac{1 + (-1)^n}{2\pi(1-n^2)} e^{inx}$.

