Algoritmide ja andmestruktuuride eksamitöö

10. jaanuar 2007

variant A

1 Teooriaküsimused

1. Pane kirja ühildusmeetodil sorteerimise algoritm (**5 punkti**). Mis on selle algoritmi keerukus halvimal (**1 punkt**) ja parimal juhul (**1 punkt**)? Anna ka tõestus halvima juhu jaoks (**5 punkti**).
2. Kirjelda, kuidas leida (sorteerimata) massiivi $a_1, \ldots, a_n$ suuruselt k-ndat elementi keskmise keerukusega $O(n)$ (**5 punkti**).
3. Defineeri kahendotsimise puu (**3 punkti**) ja AVL-puu (**3 punkti**). Kirjelda tippude lisamist kahendotsimise puusse (**4 punkti**) ja kustutamist sealt (**4 punkti**).
4. Kirjelda Kruskali algoritmi graafi minimaalse kaaluga aluspuu leidmiseks (**7 punkti**).
5. Kirjelda, kuidas kontrollida, kas kaks sirglõiku (mis on antud oma otspunktide koordinaatidega) lõikuvad, kasutamata sealjuures jagamistehet (**5 punkti**).

Materjalide kasutamine pole lubatud.

2 Ülesanded

Vaata lehe teist poolt. Materjalide kasutamine on lubatud (enne too teooriaküsimuste vastused ära). Ülesannete eest saab kokku ülimalt 42 punkti.

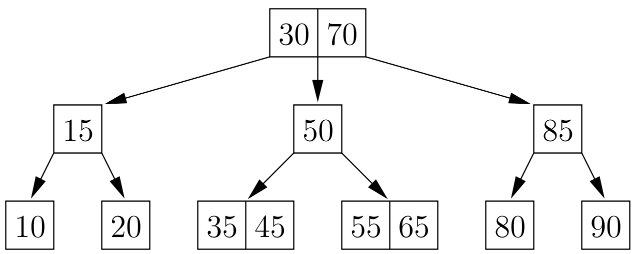
3 Praktikumihinne

E — 0 punkti, D — 4 punkti, C — 8 punkti, B — 12 punkti, A — 16 punkti.

A&A eksami ülesanded, variant A, 10.01.2007

Ülesanne 1 (5 punkti). Hinda algoritmi ajalist keerukust, kui ülesande suurusega n lahendamisel tehakse kolm rekursiivset väljakutset lahendamaks ülesandeid suurusega $n/2$, ning algoritmi mitterekursiivse osa keerukus on $\Theta(n\sqrt{n})$.

Ülesanne 2 (10 punkti). Rakenda allolevale 2-3-puule toodud järjekorras järgimise operatsioone (s.t. iga operatsiooni rakendatakse eelmise operatsiooni tulemusele): „eemalda 85", „lisa 60", „lisa 40", „lisa 41", „lisa 42", „eemalda 10". Joonista puu peale iga operatsiooni.



Ülesanne 3 (10 punkti). Meil on tarvis leida maatriksite $A_1, \ldots, A_7$ korrutis $A_1 \cdot A_2 \cdots A_7$. Millises järjekorras tuleks maatrikseid korrutada, et korrutamiste arv oleks minimaalne? Maatriksite dimensioonid on järgmised:

A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
2×7	7×5	5×6	6×3	3×6	6×5	5×2

Ülesanne 4 (5 punkti). Leia sõne `abbaabbaabaa` prefiksfunktsioon.

Ülesanne 5 (25 punkti). Olgu meil antud puu $T = (V, E)$, mis on mälus kujutatud standardkujul (puu on suunamata graaf, seega on iga serv kujutatud kaks korda — oma mõlema otstipu juures). Olgu $\ell(e)$ serva $e \in E$ pikkus. Kirjuta algoritm, mis leiab puu kõigi tippude kaugused kõigist teistest tippudest. Maksimumpunktide saamiseks peab ta töötama ajas $O(|V|^2)$.

Ülesanne 6 (20 punkti). Tõesta formaalselt paremal oleva programmi täielik korrektsus (eel- ja järeltingimus on antud vastavalt enne ja pärast programmi, tsükliinvariant tuleb ise leida).

$\{n \geq 0\}$
$i := 0$
$z := 1$
$y := 0$
while $i \leq n$ *do*
  $y := y + z \cdot a[i]$
  $z := z \cdot x$
  $i := i + 1$
od
$\{y = \sum_{j=0}^{n} a[j]x^j\}$

Algoritmide ja andmestruktuuride eksamitöö

10. jaanuar 2007

variant B

1 Teooriaküsimused

1. Pane kirja pistemeetodil sorteerimise algoritm (**5 punkti**). Mis on selle algoritmi keerukus halvimal (**1 punkt**) ja parimal juhul (**1 punkt**)?

2. Mitu võrdlemist läheb vähemalt vaja selleks, et leida n-elemendilise massiivi minimaalne element, kui ainus massiivi elementidega teha lubatud tehe on kahe elemendi võrdlemine (**2 punkti**)? Anna ka selle alamtõkke tõestus (**8 punkti**).

3. Defineeri m-rajaline otsimispuu (**3 punkti**) ja B-puu (**3 punkti**). Kirjelda kirjete lisamist B-puusse (**4 punkti**) ja kustutamist sealt (**4 punkti**).

4. Kirjelda Primi algoritmi graafi minimaalse kaaluga aluspuu leidmiseks (**7 punkti**).

5. Kirjelda punktihulga kumera katte leidmist Grahami seiremeetodil (**5 punkti**).

Materjalide kasutamine pole lubatud.

2 Ülesanded

Vaata lehe teist poolt. Materjalide kasutamine on lubatud (enne too teooriaküsimuste vastused ära). Ülesannete eest saab kokku ülimalt 42 punkti.

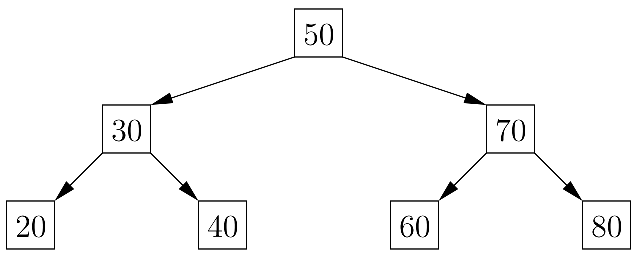
3 Praktikumihinne

E — 0 punkti, D — 4 punkti, C — 8 punkti, B — 12 punkti, A — 16 punkti.

A&A eksami ülesanded, variant B, 10.01.2007

Ülesanne 1 (5 punkti). Hinda algoritmi ajalist keerukust, kui ülesande suurusega n lahendamisel tehakse seitse rekursiivset väljakutset lahendamaks ülesandeid suurusega $n/3$, ning algoritmi mitterekursiivse osa keerukus on $\Theta(n^2 \log n)$.

Ülesanne 2 (10 punkti). Rakenda allolevale AVL-puule toodud järjekorras järgimise operatsioone (s.t. iga operatsiooni rakendatakse eelmise operatsiooni tulemusele): „lisa 10“, “lisa 5“, “lisa 25“, “eemalda 70“, “eemalda 80“, “eemalda 10“. Joonista puu peale iga operatsiooni.



Ülesanne 3 (10 punkti). Meil on tarvis leida maatriksite $A_1, \ldots, A_7$ korrutis $A_1 \cdot A_2 \cdots A_7$. Millises järjekorras tuleks maatrikseid korrutada, et korrutamiste arv oleks minimaalne? Maatriksite dimensioonid on järgmised:

A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
2×6	6×4	4×7	7×5	5×3	3×8	8×2

Ülesanne 4 (5 punkti). Leia sõne `aabacaabacab` prefiksfunktsioon.

Ülesanne 5 (25 punkti). Olgu meil antud puu $T = (V, E)$, mis on mälus kujutatud standardkujul (puu on suunamata graaf, seega on iga serv kujutatud kaks korda — oma mõlema otstipu juures). Olgu $\ell(e)$ serva $e \in E$ pikkus. Kirjuta algoritm, mis leiab puu kõigi tippude kaugused kõigist teistest tippudest. Maksimumpunktide saamiseks peab ta töötama ajas $O(|V|^2)$.

Ülesanne 6 (20 punkti). Tõesta formaalselt paremal oleva programmi täielik korrektsus (eel- ja järeltingimus on antud vastavalt enne ja pärast programmi, tsükliinvariant tuleb ise leida).

$$\{n \geq 0\}$$

$i := 0$
$z := 1$
$y := 0$
while $i \leq n$ *do*
    $y := y + z \cdot a[i]$
    $z := z \cdot x$
    $i := i + 1$
od

$$\{y = \sum_{j=0}^{n} a[j]x^j\}$$