Diskreetne matemaatika 2012

9. praktikum

Reimo Palm

Praktikumiülesanded

Järgmisi ülesandeid tasub püüda lahendada kõigepealt ilma näidislahendusi vaatamata.

1. Olgu G sidus graaf, mille maksimaalne tipuaste on 2. Tõestada, et G on kas lihtahel või lihttsükkel.

2. Teha kindlaks, kas leidub Euleri graaf, mille

a) tippude arv on paaritu ja servade arv paaris;

b) tippude arv on paaris ja servade arv paaritu.

Kui selline graaf leidub, siis joonistada see. Kui graafi ei leidu, siis põhjendada.

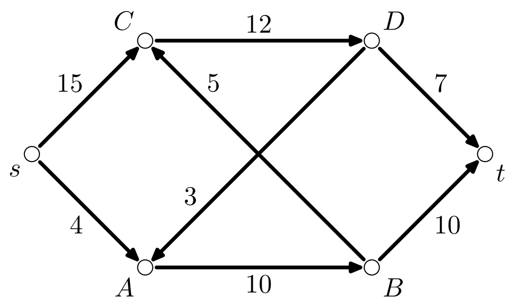
3. a) Tõestada, et paaritu tippude arvuga Euleri graafis leidub kolm sama astmega tippu.

b) Tõestada, et iga paaritu $n \geqslant 3$ korral leidub n-tipuline Euleri graaf, milles on täpselt kolm tippu sama astmega ja ülimalt kaks tippu iga ülejäänud astmega.

4. Tõestada, et kui $G = (X \cup Y, E)$ on kahealuseline Hamiltoni graaf, siis $|X| = |Y|$.

5. Tõestada, et n-mõõtmeline kuup Q_n on Hamiltoni graaf iga $n \geqslant 2$ korral.

6. Leida maksimaalne voog võrgus



7. Iga $k > 1$ korral leida sidus k-regulaarne graaf, milles puudub täielik kooskõla.

8. Olgu k suvaline positiivne täisarv. Tõestada, et kui G on k-regulaarne kahealuseline graaf, siis graafi G servade hulga $E(G)$ saab esitada paarikaupa lõikumatute hulkade ühendina $E(G) = M_1 \cup M_2 \cup \ldots \cup M_k$, kus iga M_i on graafi G täielik kooskõla.

9. a) Tõestada, et kui G on kahealuseline, siis ta on mingi $\Delta(G)$-regulaarse kahealuselise graafi alamgraaf.

b) Kasutades punkti a) ja ülesannet 8, tõestada, et kui G on kahealuseline, siis $\chi'(G) = \Delta(G)$.

10. Olgu G tasandiline lihtgraaf.

a) Tõestada, et G minimaalne tipuaste ei ole suurem kui 5.

b) Tõestada, et kui G tippude arv on väiksem kui 12, siis G minimaalne tipuaste ei ole suurem kui 4.

c) Tõestada, et kui G servade arv on väiksem kui 30, siis G minimaalne tipuaste ei ole suurem kui 4.

11. Leida kõik tasandilised regulaarsed graafid astmega 4, mis ühe serva lisamisel muutuvad mittetasandiliseks.

12. Tõestada, et kui G on sidus graaf, mille servade arv ei ületa tippude arvu, siis $\chi(G) \leqslant 3$.