Eeldefineeritud tüüpe

Primitiivtüübid

Int	täisarvud (32-bitised)	$3, -2, 12345, \ldots$
Integer	täisarvud (täpsed)	$-7, 1234567890123, \ldots$
Float	ujukomarvud (1×täpsus)	$5.0, -7.3e5, \ldots$
Double	ujukomarvud (2×täpsus)	$3.14, 9.2E-8, \ldots$
Char	tähemärgid	`'a'`, `'B'`, `'1'`, `'\n'`, ...
Bool	tõeväärtused	*True*, *False*
()	ühiktüüp	()

Eeldefineeritud funktsioone

Aritmeetilised operaatorid

$$(+), (-), (*) :: Num\ a \Rightarrow a \to a \to a$$
$$div, mod \quad :: Integral\ a \Rightarrow a \to a \to a$$
$$(/) :: Fractional\ a \Rightarrow a \to a \to a$$
$$(\uparrow) :: (Num\ a, Integral\ b) \Rightarrow a \to b \to a \qquad \texttt{-- (\^{})}$$

Võrdlusoperaatorid

$$(\equiv), (\not\equiv) :: Eq\ a \Rightarrow a \to a \to Bool \qquad \texttt{-- (==), (/=)}$$
$$(<), (\leqslant) :: Ord\ a \Rightarrow a \to a \to Bool \qquad \texttt{-- (<), (<=)}$$
$$(>), (\geqslant) :: Ord\ a \Rightarrow a \to a \to Bool \qquad \texttt{-- (>), (>=)}$$

Loogilised operaatorid

$$\neg \quad :: Bool \to Bool \qquad \texttt{-- not}$$
$$(\wedge), (\vee) :: Bool \to Bool \to Bool \qquad \texttt{-- (\&\&), (||)}$$

Eeldefineeritud tüübikonstruktorid

Ennikud: $(t1, \ldots, tn)$

- Fikseeritud elementide arvuga korteežid

$$(1, fact2, \texttt{'A'}) \quad :: (Int, Int \to Int, Char)$$
$$((True, \texttt{"Hello"}), ()) :: ((Bool, String), ())$$

- Eeldefineeritud funktsioone paaridega:

$$fst \;\; :: (a, b) \to a$$
$$snd :: (a, b) \to b$$

- fst, snd on polümorfsed funktsioonid
- Ennikute dekonstrueerimine näidiste sobitamisega

$$thd4\ (x, y, z, w) = z$$

Eeldefineeritud tüübikonstruktorid

Funktsioonid $t1 \to t2$

$$fact2 :: Int \to Int$$
$$\lambda x\ y \to x + 5 * y :: Int \to Int \to Int$$

- Nool on parem-, aplikatsioon vasakassotsiatiivne!
- Kõik funktsioonid on üheargumendilised!
- Mitmeargumendilisi funktsioone saab modelleerida
  - "pakkides" argumendid ühte ennikusse
  - kasutades "curried" funktsioone

Mitmeargumendilised funktsioonid

Näide — gravitatsioonijõud kahe keha vahel

$$
\begin{aligned}
&g = 6.67\text{e} - 11 \\
&gravity\ m1\ r\ m2 \\
&\quad \mid r \equiv 0.0 \quad = 0.0 \\
&\quad \mid otherwise = (g * m1 * m2)\ /\ (r * r)
\end{aligned}
$$

“Curried” funktsioone saab osaliselt rakendada

$$
\begin{aligned}
massOfEarth &= 5.96\text{e}24 \\
radiusOfEarth &= 6.37\text{e}6 \\
myMass &= 80.0 \\
earthsForce &= gravity\ massOfEarth \\
surfaceForce &= earthsForce\ radiusOfEarth \\
myForce &= surfaceForce\ myMass
\end{aligned}
$$

Mitmeargumendilised funktsioonid

Operaatorid

- Erisümbolitest koosnevad identifikaatorid on infiks-operaatorid `!#$%&*+./<=>?@\^|-~:`
- Näide:

$$\begin{aligned} x \uparrow 0 &= 1 \\ x \uparrow (n+1) &= x * x \uparrow n \end{aligned}$$

- Vasak-, parem- ja mitteasotsiatiivsed operaatorid:
  infixl $6+$ **infixr** $8\uparrow$ **infix** $4 \equiv$
- Lubatud prioriteedid $0 - 9$ (aplikatsiooni prioriteet 10)
- Vaikimisi vasakassotsiatiivne, prioriteediga 9

Mitmeargumendilised funktsioonid

Operaatorid

- Osaliselt rakendatud operaatorid — sektsioonid
  $(+1)$ $(/2)$ $(1/)$ $(\equiv 0)$
- Prefiks-kujul operaatorid
  $(+)\ 1\ 3$
- Operaator peab olema prefiks-kujul
  - tüübideklaratsioonis
  - teise funktsiooni argumendiks olles
- Binaarseid funktsioone saab kasutada infiks-kujul
  $3\ `max`\ 5$

Eeldefineeritud tüübikonstruktorid

Listid: $[t]$

- Sama tüüpi elementidega suvalise pikkusega jadad

$$[1,2,3,4,5,6] :: [Int]$$
$$[[1,2],[3],[4,5,6]] :: [[Int]]$$

- Stringid: *String*

```
"Hello!\n"
```

- NB! String on sümbolite list $[Char]$

```
['H','e','l','l','o','!','\n']
```

Listide konstrueerimine

Listide konstrueerimise primitiivid

- Tühilist (nil)

$$[\,] :: [a]$$

- Listi konstruktor ($cons$)

$$\textbf{infixr } 5 :$$
$$(:) :: a \to [a] \to [a]$$

NB!

Kõik listid on ehitatud nil ja $cons$ abil

$$\texttt{Hugs>}\ 1 : 2 : 3 : 4 : [\,]$$
$$[1, 2, 3, 4]$$

Eeldefineeritud funktsioone listidel

Funktsioonide defineerimine näidiste sobitamisega

$$
\begin{aligned}
&head :: [a] \to a \\
&head\ (x : xs) = x \\
&tail :: [a] \to [a] \\
&tail\ (x : xs) \quad = xs \\
&null :: [a] \to Bool \\
&null\ [\,] \qquad = True \\
&null\ \_ \qquad = False
\end{aligned}
$$

Eeldefineeritud funktsioone listidel

Rekursiivselt defineeritud funktsioone

$$
\begin{aligned}
&\mathit{length} :: [a] \to \mathit{Int} \\
&\mathit{length}\ [\,] \qquad\ = 0 \\
&\mathit{length}\ (\_ : xs) = 1 + \mathit{length}\ xs
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{infixr}\ 5\ +\!\!+ \\
&(+\!\!+) :: [a] \to [a] \to [a] \\
&[\,] \qquad +\!\!+\ ys \ \ = ys \\
&(x : xs) +\!\!+\ ys \ \ = x : (xs +\!\!+\ ys)
\end{aligned}
$$

Eeldefineeritud funktsioone listidel

Rekursiivselt defineeritud funktsioone

$$
\begin{aligned}
&concat :: [[a]] \to [a] \\
&concat\ [\,] \qquad\quad = [\,] \\
&concat\ (xs : xss) = xs +\!\!+ concat\ xss \\
&\textbf{infixl}\ 9\ !! \\
&(!!) :: [a] \to Int \to a \\
&(x : \_)\ \ !!\ 0 \qquad\quad = x \\
&(\_ : xs)\ !!\ n \mid n > 0 = xs\ !!\ (n-1)
\end{aligned}
$$

Eeldefineeritud funktsioone listidel

Rekursiivselt defineeritud funktsioone

$$
\begin{aligned}
&take, drop :: Int \to [a] \to [a] \\
&take\ 0\ xs \qquad\quad = [\,] \\
&take\ n\ [\,] \qquad\quad = [\,] \\
&take\ n\ (x : xs) = x : take\ (n-1)\ xs \\
&drop\ 0\ xs \qquad\quad = xs \\
&drop\ n\ [\,] \qquad\quad = [\,] \\
&drop\ n\ (x : xs) = drop\ (n-1)\ xs \\
&zip :: [a] \to [b] \to [(a,b)] \\
&zip\ (x : xs)\ (y : ys) = (x,y) : zip\ xs\ ys \\
&zip\ \_\ \_ \qquad\qquad\quad = [\,]
\end{aligned}
$$

Eeldefineeritud funktsioone listidel

Listide ümberpööramine

$$
\begin{aligned}
&reverse :: [a] \to [a] \\
&reverse\ [\,] \qquad\quad = [\,] \\
&reverse\ (x : xs) = reverse\ xs +\!\!+ [x]
\end{aligned}
$$

Sabarekursiivne versioon

$$
\begin{aligned}
&reverse\ xs = rev\ [\,]\ xs \\
&\quad \textbf{where}\ rev\ ys\ [\,] \qquad\quad = ys \\
&\qquad\qquad\ \ rev\ ys\ (x : xs) = rev\ (x : ys)\ xs
\end{aligned}
$$

Listide konstrueerimine

“Aritmeetilised” jadad

```
Hugs> [1..5]
[1,2,3,4,5]
Hugs> [2,5..12]
[2,5,8,11]
Hugs> [3..1]
[]
Hugs> [1..]
[1,2,3,4,5,6,7,...
Hugs> ['A'..'Z']
"ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ"
```

Listide konstrueerimine

Listide ZF-esitus (*list comprehension*)

- Notatsioon listi konstrueerimiseks olemasolevatest listidest

$$\texttt{Hugs>}\ [x * x \mid x \leftarrow [1\,..\,5]]$$
$$[1, 4, 9, 16, 25]$$

- Avaldist $x \leftarrow [1\,..\,5]$ nimetatakse *generaatoriks*
- Genereeritud väärtuste kitsendamiseks võib kasutada *valvureid*

$$\texttt{Hugs>}\ [x * x \mid x \leftarrow [1\,..\,10], even\ x]$$
$$[4, 16, 36, 64, 100]$$
$$\texttt{Hugs>}\ [i \mid (i, c) \leftarrow zip\ [1\,..]\ \texttt{"AbCD"}, isUpper\ c]$$
$$[1, 3, 4]$$

Listide konstrueerimine

Listide ZF-esitus (*list comprehension*)

- Ühes konstruktsioonis võib olla mitu generaatorit

  Hugs> $[(x, y) \mid x \leftarrow [1..2], y \leftarrow [1..3]]$
  $[(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3)]$

- Generaatorite järjekorra muutmisel, muutub ka elementide järjekord tulemlistis

  Hugs> $[(x, y) \mid y \leftarrow [1..3], x \leftarrow [1..2]]$
  $[(1,1),(2,1),(1,2),(2,2),(1,3),(2,3)]$

- Parempoolne generaator muutub vasakpoolsest kiiremini!

Listide konstrueerimine

Listide ZF-esitus (*list comprehension*)

- Hilisem (parempoolsem) generaator võib sõltuda varasema generaatori poolt sissetoodud muutjast

$$\texttt{Hugs>}\ [(x,y) \mid x \leftarrow [1\,..\,4], y \leftarrow [x+1\,..\,4]]$$
$$[(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,4)]$$

- Näide: listide "lamendamine" uuesti

$$concat :: [[a]] \rightarrow [a]$$
$$concat\ xss = [x \mid xs \leftarrow xss, x \leftarrow xs]$$

Näide — algarvude leidmine

Arvu teguriteks lahutamine

$$factors \quad :: Int \to [Int]$$
$$factors\ n = [x \mid x \leftarrow [1\,..\,n], n\ `mod`\ x \equiv 0]$$

Algarvulisuse kontroll

$$prime \quad :: Int \to Bool$$
$$prime\ n = null\ [i \mid i \leftarrow factors\ n, i \not\equiv 1, i \not\equiv n]$$

Algarvud kuni etteantud piirini

$$primes \quad :: Int \to [Int]$$
$$primes\ n = [x \mid x \leftarrow [2\,..\,n], prime\ x]$$