

Operatsiooniline semantika

- Kirjeldab kuidas toimub programmide täitmine
- Tähendus spetsifitseeritakse olekuteisendussüsteemi abil
- Loomulik semantika
 - kirjeldab kuidas jõutakse lõppolekusse
- Struktuurne semantika
 - kirjeldab programmi täitmist üksikute sammude kaupa

Loomulik semantika

- Konfiguratsioonid on kujul $\langle S, s \rangle$ või s , kus S on lause ja s on olek (so. keskkond mis annab muutujatele väärtused)
- Üleminekud on kujul

$$\langle S, s \rangle \rightarrow s'$$

- Iga keelekonstruktsiooniga seotakse tuletusreegel kuidas lihtsamate konstruktsioonide üleminekutest antud konstruktsiooni üleminek saavutatakse

Keele While loomulik semantika

- Tühilause

$$\langle \text{skip}, s \rangle \rightarrow s$$

- Omistamine

$$\langle x := a, s \rangle \rightarrow s[x \mapsto \mathcal{A}[[a]]s]$$

- Kompositsioon

$$\frac{\langle S_1, s \rangle \rightarrow s' \quad \langle S_2, s' \rangle \rightarrow s''}{\langle S_1; S_2, s \rangle \rightarrow s''}$$

Keele While loomulik semantika

- Tingimuslause

$$\frac{\langle S_1, s \rangle \rightarrow s'}{\langle \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2, s \rangle \rightarrow s'} \quad \text{if } \mathcal{B}[[b]]s = \text{tt}$$

$$\frac{\langle S_2, s \rangle \rightarrow s'}{\langle \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2, s \rangle \rightarrow s'} \quad \text{if } \mathcal{B}[[b]]s = \text{ff}$$

- While-tsükkel

$$\frac{\langle S, s \rangle \rightarrow s' \quad \langle \text{while } b \text{ do } S, s' \rangle \rightarrow s''}{\langle \text{while } b \text{ do } S, s \rangle \rightarrow s''} \quad \text{if } \mathcal{B}[[b]]s = \text{tt}$$

$$\langle \text{while } b \text{ do } S, s \rangle \rightarrow s \quad \text{if } \mathcal{B}[[b]]s = \text{ff}$$

Keele While loomulik semantika

- Näide:

$y := 1; \text{ while } \neg(x = 1) \text{ do } (y := y \star x; x := x - 1)$

$$\begin{array}{c}
 \frac{\frac{\frac{\langle A_2, s_1 \rangle \rightarrow s_2 \quad \langle A_3, s_2 \rangle \rightarrow s_3}{\langle A_2; A_3, s_1 \rangle \rightarrow s_3} \quad \frac{\frac{\langle A_2, s_3 \rangle \rightarrow s_4 \quad \langle A_3, s_4 \rangle \rightarrow s_5}{\langle A_2; A_3, s_3 \rangle \rightarrow s_5} \quad \langle W, s_5 \rangle \rightarrow s_5}{\langle W, s_3 \rangle \rightarrow s_5}}{\frac{\langle A_1, s_0 \rangle \rightarrow s_1 \quad \langle W, s_1 \rangle \rightarrow s_5}{\langle A_1; W, s_0 \rangle \rightarrow s_5}}
 \end{array}$$

kus

$$\begin{array}{lll}
 A_1 & = & y := 1 \\
 A_2 & = & y := y \star x \\
 A_3 & = & x := x - 1 \\
 W & = & \text{while } \neg(x = 1) \text{ do } (A_2; A_3)
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{lll}
 s_0 & = & [x \mapsto 3] \\
 s_1 & = & [x \mapsto 3, y \mapsto 1] \\
 s_2 & = & [x \mapsto 3, y \mapsto 3]
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{lll}
 s_3 & = & [x \mapsto 2, y \mapsto 3] \\
 s_4 & = & [x \mapsto 2, y \mapsto 6] \\
 s_5 & = & [x \mapsto 1, y \mapsto 6]
 \end{array}$$

Semantika omadusi — ekvivalents

- Laused S_1 ja S_2 on semantiliselt samaväärsed (ekvivalentsed) kui iga oleku s ja s' korral

$$\langle S_1, s \rangle \rightarrow s' \iff \langle S_2, s \rangle \rightarrow s'$$

- **Lemma:** Lause `while  $b$  do  $S$` on semantiliselt samaväärne lausega `if  $b$  then ( $S$ ; while  $b$  do  $S$ ) else skip`
- **Tõestus:**

$$\langle \text{while } b \text{ do } S, s \rangle \rightarrow s'' \quad (*)$$

$$\langle \text{if } b \text{ then } (S; \text{while } b \text{ do } S) \text{ else skip}, s \rangle \rightarrow s'' \quad (**)$$

Semantika omadusi — ekvivalents (tõestuse järg)

- $(*) \Rightarrow (**), \mathcal{B}[[b]]s = \text{tt}$

$$\frac{\begin{array}{c} \vdots T_1 \\ \langle S, s \rangle \rightarrow s' \end{array} \quad \begin{array}{c} \vdots T_2 \\ \langle \text{while } b \text{ do } S, s' \rangle \rightarrow s'' \end{array}}{\langle \text{while } b \text{ do } S, s \rangle \rightarrow s''}$$

$$\frac{\begin{array}{c} \vdots T_1 \\ \langle S, s \rangle \rightarrow s' \end{array} \quad \begin{array}{c} \vdots T_2 \\ \langle \text{while } b \text{ do } S, s' \rangle \rightarrow s'' \end{array}}{\langle S; \text{while } b \text{ do } S, s \rangle \rightarrow s''}$$

$$\frac{\langle S; \text{while } b \text{ do } S, s \rangle \rightarrow s''}{\langle \text{if } b \text{ then } (S; \text{while } b \text{ do } S) \text{ else skip}, s \rangle \rightarrow s''}$$

Semantika omadusi — ekvivalents (tõestuse järg)

- $(*) \Rightarrow (**), \mathcal{B}[[b]]s = \text{ff}$

$$\langle \text{while } b \text{ do } S, s \rangle \rightarrow s$$

$$\frac{\langle \text{skip}, s \rangle \rightarrow s}{\langle \text{if } b \text{ then } (S; \text{while } b \text{ do } S) \text{ else skip}, s \rangle \rightarrow s}$$

- $(**) \Rightarrow (*), \mathcal{B}[[b]]s = \text{tt}$
- $(**) \Rightarrow (*), \mathcal{B}[[b]]s = \text{ff}$

Semantika omadusi — determinism

- Semantika on ühene (determineeritud) kui suvaliste S, s, s', s'' korral

$$\langle S, s \rangle \rightarrow s' \quad \wedge \quad \langle S, s \rangle \rightarrow s'' \quad \implies \quad s' = s''$$

- **Teoreem:** Keele While loomilik semantika on ühene.
- **Tõestus:** Eeldame et $\langle S, s \rangle \rightarrow s'$ ning näitame et kui $\langle S, s \rangle \rightarrow s''$ siis $s' = s''$. Tõestus toimub induktsiooniga $\langle S, s \rangle \rightarrow s'$ tuletuspuu struktuuri järgi.

Semantiline funktsioon $\mathcal{S}_{\text{ns}}$

- Loomulik semantika indutseerib semantilise funktsiooni

$$\mathcal{S}_{\text{ns}} : \text{Stm} \rightarrow (\text{State} \hookrightarrow \text{State})$$

so. iga lause S jaoks defineerime (osalise) funktsiooni

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\text{ns}}[S] &\in \text{State} \hookrightarrow \text{State} \\ \mathcal{S}_{\text{ns}}[S]s &= \begin{cases} s' & \text{if } \langle S, s \rangle \rightarrow s' \\ \text{undef} & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned}$$