Tõestatavalt korrektne transleerimine

- Transleerimisel koostatakse lähtekeelsele programmile vastav sihtkeelne programm.
- Transleerimine on korrektne, kui transleerimisel programmi "tähendus säilib".
- Formaalsemalt:
  - Olgu antud lähtekeel L ja sihtkeel M.
  - Transleerimise spetsifitseerime transleerimisfunktsiooniga $\mathcal{T} : L \to M$ lähtekeele programmidest sihtkeele programmideks.
  - Defineerime relatsiooni $\approx$ lähtekeele ja sihtkeele semantiliste objektide vahel.
  - NB! Võrdusest üldiselt ei piisa, kuna sihtkeel on reeglina lähtekeelest vähem abstraktne.
  - Transleerimine on korrektne, kui iga lähtekeelse programmi p korral

$$\mathcal{S}_{\mathrm{L}}[\![p]\!] \approx \mathcal{S}_{\mathrm{M}}[\![\mathcal{T}[\![p]\!]]\!]$$

Abstraktne masin

- Konfiguratsioonid on kujul

$$\langle c,\ e,\ s\rangle \in \mathbf{Code} \times \mathbf{Stack} \times \mathbf{State},$$

kus	$c \in \mathbf{Code}$	on käskude jada (kood)
	$e \in \mathbf{Stack} = (\mathbf{Z} \cup \mathbf{B})^\star$	on väärtustusmagasin
	$s \in \mathbf{State}$	on kuhi

- Instruktsioonid (elementaarkäsud):

$$\begin{array}{lcl} i & ::= & \textsc{push}\text{-}n \mid \textsc{add} \mid \textsc{mult} \mid \textsc{sub} \\ & \mid & \textsc{true} \mid \textsc{false} \mid \textsc{eq} \mid \textsc{le} \mid \textsc{and} \mid \textsc{neg} \\ & \mid & \textsc{fetch}\text{-}x \mid \textsc{store}\text{-}x \\ & \mid & \textsc{noop} \mid \textsc{branch}(c, c) \mid \textsc{loop}(c) \\ c & ::= & \varepsilon \mid i \mid c; c \end{array}$$

Abstraktse masina operatsioonsemantika

- Salvestuskäsud:

$$
\begin{array}{lcll}
\langle \textsc{push-}n; c,\ e,\ s\rangle & \triangleright & \langle c,\ \mathbf{n} : e,\ s\rangle & \\
\langle \textsc{true}; c,\ e,\ s\rangle & \triangleright & \langle c,\ \mathtt{tt} : e,\ s\rangle & \\
\langle \textsc{false}; c,\ e,\ s\rangle & \triangleright & \langle c,\ \mathtt{ff} : e,\ s\rangle & \\
\langle \textsc{fetch-}x; c,\ e,\ s\rangle & \triangleright & \langle c,\ (s\, x) : e,\ s\rangle & \\
\langle \textsc{store-}x; c,\ z : e,\ s\rangle & \triangleright & \langle c,\ e,\ s[x \mapsto z]\rangle & \text{if } z \in \mathbf{Z}
\end{array}
$$

Abstraktse masina operatsioonsemantika

- Arvutuskäsud:

$$
\begin{array}{lcll}
\langle \mathrm{ADD}; c,\ z_1 : z_2 : e,\ s\rangle & \triangleright & \langle c,\ (z_1 + z_2) : e,\ s\rangle & \text{if } z_1, z_2 \in \mathbf{Z} \\
\langle \mathrm{MULT}; c,\ z_1 : z_2 : e,\ s\rangle & \triangleright & \langle c,\ (z_1 \star z_2) : e,\ s\rangle & \text{if } z_1, z_2 \in \mathbf{Z} \\
\langle \mathrm{SUB}; c,\ z_1 : z_2 : e,\ s\rangle & \triangleright & \langle c,\ (z_1 - z_2) : e,\ s\rangle & \text{if } z_1, z_2 \in \mathbf{Z} \\
\langle \mathrm{EQ}; c,\ z_1 : z_2 : e,\ s\rangle & \triangleright & \langle c,\ (z_1 = z_2) : e,\ s\rangle & \text{if } z_1, z_2 \in \mathbf{Z} \\
\langle \mathrm{LE}; c,\ z_1 : z_2 : e,\ s\rangle & \triangleright & \langle c,\ (z_1 \leq z_2) : e,\ s\rangle & \text{if } z_1, z_2 \in \mathbf{Z} \\
\langle \mathrm{AND}; c,\ t_1 : t_2 : e,\ s\rangle & \triangleright & \langle c,\ (t_1 \wedge t_2) : e,\ s\rangle & \text{if } t_1, t_2 \in \mathbf{B} \\
\langle \mathrm{NEG}; c,\ t : e,\ s\rangle & \triangleright & \langle c,\ \neg t : e,\ s\rangle & \text{if } t \in \mathbf{B}
\end{array}
$$

Abstraktse masina operatsioonsemantika

- Juhtkäsud:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle \textsc{noop}; c,\ e,\ s\rangle & \triangleright & \langle c,\ e,\ s\rangle \\
\langle \textsc{branch}(c_1, c_2); c,\ \mathtt{tt} : e,\ s\rangle & \triangleright & \langle c_1; c,\ e,\ s\rangle \\
\langle \textsc{branch}(c_1, c_2); c,\ \mathtt{ff} : e,\ s\rangle & \triangleright & \langle c_2; c,\ e,\ s\rangle \\
\langle \textsc{loop}(c_1); c,\ \mathtt{tt} : e,\ s\rangle & \triangleright & \langle c_1; \textsc{loop}(c_1); c,\ e,\ s\rangle \\
\langle \textsc{loop}(c_1); c,\ \mathtt{ff} : e,\ s\rangle & \triangleright & \langle c,\ e,\ s\rangle
\end{array}
$$

Abstraktse masina operatsioonsemantika — näide

$$\langle \textsc{push}\text{-}1;\ \textsc{fetch}\text{-}x;\ \textsc{add};\ \textsc{store}\text{-}x,\ \varepsilon,\ [x \mapsto 3]\rangle$$

$$\triangleright\ \langle \textsc{fetch}\text{-}x;\ \textsc{add};\ \textsc{store}\text{-}x,\ [1],\ [x \mapsto 3]\rangle$$

$$\triangleright\ \langle \textsc{add};\ \textsc{store}\text{-}x,\ [3,1],\ [x \mapsto 3]\rangle$$

$$\triangleright\ \langle \textsc{store}\text{-}x,\ [4],\ [x \mapsto 3]\rangle$$

$$\triangleright\ \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ [x \mapsto 4]\rangle$$

Abstraktse masina operatsioonsemantika — näide

$$
\begin{array}{lcl}
C & = & \textsc{push-1};\ \textsc{store-}y;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1) \\
C_1 & = & C_3;\ C_4;\ C_2 \\
C_2 & = & \textsc{fetch-}x;\ \textsc{push-1};\ \textsc{eq};\ \textsc{neg} \\
C_3 & = & \textsc{fetch-}x;\ \textsc{fetch-}y;\ \textsc{mult};\ \textsc{store-}y \\
C_4 & = & \textsc{push-1};\ \textsc{fetch-}x;\ \textsc{sub};\ \textsc{store-}x
\end{array}
$$

$\langle \textsc{push-1};\ \textsc{store-}y;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1),\ \varepsilon,\ [x \mapsto 2] \rangle$

Abstraktse masina operatsioonsemantika — näide

$$
\begin{array}{lcl}
C & = & \textsc{push-1};\ \textsc{store-}y;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1) \\
C_1 & = & C_3;\ C_4;\ C_2 \\
C_2 & = & \textsc{fetch-}x;\ \textsc{push-1};\ \textsc{eq};\ \textsc{neg} \\
C_3 & = & \textsc{fetch-}x;\ \textsc{fetch-}y;\ \textsc{mult};\ \textsc{store-}y \\
C_4 & = & \textsc{push-1};\ \textsc{fetch-}x;\ \textsc{sub};\ \textsc{store-}x
\end{array}
$$

$\langle \textsc{push-1};\ \textsc{store-}y;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1),\ \varepsilon,\ [x \mapsto 2] \rangle$

- $\triangleright$ $\langle \textsc{store-}y;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1),\ [1],\ [x \mapsto 2] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle \textsc{fetch-}x;\ \textsc{push-1};\ \textsc{eq};\ \textsc{neg};\ \textsc{loop}(C_1),\ \varepsilon,\ [x \mapsto 2,\ y \mapsto 1] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle \textsc{push-1};\ \textsc{eq};\ \textsc{neg};\ \textsc{loop}(C_1),\ [2],\ [x \mapsto 2,\ y \mapsto 1] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle \textsc{eq};\ \textsc{neg};\ \textsc{loop}(C_1),\ [1, 2],\ [x \mapsto 2,\ y \mapsto 1] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle \textsc{neg};\ \textsc{loop}(C_1),\ [\mathtt{ff}],\ [x \mapsto 2,\ y \mapsto 1] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle \textsc{loop}(C_1),\ [\mathtt{tt}],\ [x \mapsto 2,\ y \mapsto 1] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle C_3;\ C_4;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1),\ \varepsilon,\ [x \mapsto 2,\ y \mapsto 1] \rangle$

Abstraktse masina operatsioonsemantika — näide

$$
\begin{array}{lcl}
C & = & \textsc{push-1};\ \textsc{store-}y;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1) \\
C_1 & = & C_3;\ C_4;\ C_2 \\
C_2 & = & \textsc{fetch-}x;\ \textsc{push-1};\ \textsc{eq};\ \textsc{neg} \\
C_3 & = & \textsc{fetch-}x;\ \textsc{fetch-}y;\ \textsc{mult};\ \textsc{store-}y \\
C_4 & = & \textsc{push-1};\ \textsc{fetch-}x;\ \textsc{sub};\ \textsc{store-}x
\end{array}
$$

$\langle \textsc{push-1};\ \textsc{store-}y;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1),\ \varepsilon,\ [x \mapsto 2] \rangle$

$\ldots$

- $\triangleright$ $\langle C_3;\ C_4;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1),\ \varepsilon,\ [x \mapsto 2,\ y \mapsto 1] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle \textsc{fetch-}y;\ \textsc{mult};\ \textsc{store-}y;\ C_4;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1),\ [2],\ [x \mapsto 2,\ y \mapsto 1] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle \textsc{mult};\ \textsc{store-}y;\ C_4;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1),\ [1,2],\ [x \mapsto 2,\ y \mapsto 1] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle \textsc{store-}y;\ C_4;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1),\ [2],\ [x \mapsto 2,\ y \mapsto 1] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle C_4;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1),\ \varepsilon,\ [x \mapsto 2,\ y \mapsto 2] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle \textsc{fetch-}x;\ \textsc{sub};\ \textsc{store-}x;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1),\ [1],\ [x \mapsto 2,\ y \mapsto 2] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle \textsc{sub};\ \textsc{store-}x;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1),\ [2,1],\ [x \mapsto 2,\ y \mapsto 2] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle \textsc{store-}x;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1),\ [1],\ [x \mapsto 2,\ y \mapsto 2] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle C_2;\ \textsc{loop}(C_1),\ \varepsilon,\ [x \mapsto 1,\ y \mapsto 2] \rangle$

Abstraktse masina operatsioonsemantika — näide

$$
\begin{array}{lcl}
C & = & \textsc{push-1};\ \textsc{store-}y;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1) \\
C_1 & = & C_3;\ C_4;\ C_2 \\
C_2 & = & \textsc{fetch-}x;\ \textsc{push-1};\ \textsc{eq};\ \textsc{neg} \\
C_3 & = & \textsc{fetch-}x;\ \textsc{fetch-}y;\ \textsc{mult};\ \textsc{store-}y \\
C_4 & = & \textsc{push-1};\ \textsc{fetch-}x;\ \textsc{sub};\ \textsc{store-}x
\end{array}
$$

$\langle \textsc{push-1};\ \textsc{store-}y;\ C_2;\ \textsc{loop}(C_1),\ \varepsilon,\ [x \mapsto 2] \rangle$

$\ldots$

- $\triangleright$ $\langle C_2;\ \textsc{loop}(C_1),\ \varepsilon,\ [x \mapsto 1,\ y \mapsto 2] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle \textsc{push-1};\ \textsc{eq};\ \textsc{neg};\ \textsc{loop}(C_1),\ [1],\ [x \mapsto 1,\ y \mapsto 2] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle \textsc{eq};\ \textsc{neg};\ \textsc{loop}(C_1),\ [1,1],\ [x \mapsto 1,\ y \mapsto 2] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle \textsc{neg};\ \textsc{loop}(C_1),\ [\mathtt{tt}],\ [x \mapsto 1,\ y \mapsto 2] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle \textsc{loop}(C_1),\ [\mathtt{ff}],\ [x \mapsto 1,\ y \mapsto 2] \rangle$
- $\triangleright$ $\langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ [x \mapsto 1,\ y \mapsto 2] \rangle$

Abstraktse masina semantika omadusi

- **Lemma:** Kui $\langle c_1,\ e_1,\ s\rangle\ \triangleright^k \langle c',\ e',\ s'\rangle$, siis $\langle c_1; c_2,\ e_1 \cdot e_2,\ s\rangle\ \triangleright^k \langle c'; c_2,\ e' \cdot e_2,\ s'\rangle$.
- **Lemma:** Kui $\langle c_1; c_2,\ e,\ s\rangle\ \triangleright^k \langle \varepsilon,\ e'',\ s''\rangle$ siis leiduvad konfiguratsioon $\langle \varepsilon,\ e',\ s'\rangle$ ja naturaalarvud k_1, k_2 sellised et $\langle c_1,\ e,\ s\rangle\ \triangleright^{k_1} \langle \varepsilon,\ e',\ s'\rangle$ ja $\langle c_2,\ e',\ s'\rangle\ \triangleright^{k_2} \langle \varepsilon,\ e'',\ s''\rangle$, kus $k = k_1 + k_2$.
- **Lemma:** Abstraktse masina semantika on ühene.

Abstraktse masina operatsioonsemantika

- Operatsioonsemantika indutseerib semantilise funktsiooni

$$\mathcal{M} : \mathbf{Code} \to (\mathbf{State} \hookrightarrow \mathbf{State})$$

so. iga koodijada c jaoks defineerime (osalise) funktsiooni

$$\begin{array}{lcl} \mathcal{M}[\![c]\!] & \in & \mathbf{State} \hookrightarrow \mathbf{State} \\ \mathcal{M}[\![c]\!]s & = & \begin{cases} s' & \text{if} \quad \langle c,\ \varepsilon,\ s\rangle \ \triangleright^\star \ \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s\rangle \\ \text{undef} & \text{otherwise} \end{cases} \end{array}$$

Keele While transleerimine

- Igale süntatilisele kategooriale seame vastavusse transleerimsfunktsiooni:

$$\mathcal{CA} : \textbf{AExp} \to \textbf{Code}$$

$$\mathcal{CB} : \textbf{BExp} \to \textbf{Code}$$

$$\mathcal{CS} : \textbf{Stm} \to \textbf{Code}$$

Keele While transleerimine

- Aritmeetiliste avaldiste transleerimine:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{CA}[\![n]\!] &= \text{PUSH-}n \\
\mathcal{CA}[\![x]\!] &= \text{FETCH-}x \\
\mathcal{CA}[\![a_1 + a_2]\!] &= \mathcal{CA}[\![a_2]\!]; \mathcal{CA}[\![a_1]\!]; \text{ADD} \\
\mathcal{CA}[\![a_1 \star a_2]\!] &= \mathcal{CA}[\![a_2]\!]; \mathcal{CA}[\![a_1]\!]; \text{MULT} \\
\mathcal{CA}[\![a_1 - a_2]\!] &= \mathcal{CA}[\![a_2]\!]; \mathcal{CA}[\![a_1]\!]; \text{SUB}
\end{aligned}
$$

Keele While transsleerimine

- Tõeväärtusavaldiste transsleerimine:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{CB}[\![\texttt{true}]\!] &= \text{TRUE} \\
\mathcal{CB}[\![\texttt{false}]\!] &= \text{FALSE} \\
\mathcal{CB}[\![a_1 = a_2]\!] &= \mathcal{CA}[\![a_2]\!]; \mathcal{CA}[\![a_1]\!]; \text{EQ} \\
\mathcal{CB}[\![a_1 \leq a_2]\!] &= \mathcal{CA}[\![a_2]\!]; \mathcal{CA}[\![a_1]\!]; \text{LE} \\
\mathcal{CB}[\![\neg b]\!] &= \mathcal{CB}[\![b]\!]; \text{NEG} \\
\mathcal{CB}[\![b_1 \wedge b_2]\!] &= \mathcal{CB}[\![b_2]\!]; \mathcal{CB}[\![b_1]\!]; \text{AND}
\end{aligned}
$$

Keele While transleerimine

- Lausete transleerimine:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{CS}[\![x := a]\!] &= \mathcal{CA}[\![a]\!]; \text{STORE-}x \\
\mathcal{CS}[\![\texttt{skip}]\!] &= \text{NOOP} \\
\mathcal{CS}[\![S_1; S_2]\!] &= \mathcal{CS}[\![S_1]\!]; \mathcal{CS}[\![S_2]\!] \\
\mathcal{CS}[\![\texttt{if } b \texttt{ then } S_1 \texttt{ else } S_2]\!] & \\
&= \mathcal{CB}[\![b]\!]; \text{BRANCH}(\mathcal{CS}[\![S_1]\!], \mathcal{CS}[\![S_2]\!]) \\
\mathcal{CS}[\![\texttt{while } b \texttt{ do } S]\!] &= \mathcal{CB}[\![b]\!]; \text{LOOP}(\mathcal{CS}[\![S]\!]; \mathcal{CB}[\![b]\!])
\end{aligned}
$$

Keele While transleerimine — näited

$$
\begin{aligned}
\mathcal{CS}[\![x := x + 1]\!] &= \mathcal{CA}[\![x + 1]\!];\ \textsc{store-}x \\
&= \mathcal{CA}[\![1]\!];\ \mathcal{CA}[\![x]\!];\ \textsc{add};\ \textsc{store-}x \\
&= \textsc{push-}1;\ \textsc{fetch-}x;\ \textsc{add};\ \textsc{store-}x
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathcal{CS}[\![\texttt{while true do skip}]\!] \\
&\qquad = \mathcal{CB}[\![\texttt{true}]\!];\ \textsc{loop}(\mathcal{CS}[\![\texttt{skip}]\!];\ \mathcal{CB}[\![\texttt{true}]\!]) \\
&\qquad = \textsc{true};\ \textsc{loop}(\textsc{noop};\ \textsc{true})
\end{aligned}
$$

Keele While transleerimine — näide

$$
\begin{aligned}
&\mathcal{CS}[\![y := 1;\ \texttt{while}\ \neg(x = 1)\ \texttt{do}\ (y := y \star x;\ x := x - 1)]\!] \\
&\quad = \quad \mathcal{CS}[\![y := 1]\!];\ \mathcal{CS}[\![\texttt{while}\ \neg(x = 1)\ \texttt{do}\ (y := y \star x;\ x := x - 1)]\!] \\
&\quad = \quad \mathcal{CA}[\![1]\!];\ \textsc{store-}y;\ \mathcal{CB}[\![\neg(x = 1)]\!]; \\
&\qquad\quad \textsc{loop}(\mathcal{CS}[\![y := y \star x;\ x := x - 1]\!]; \mathcal{CB}[\![\neg(x = 1)]\!]) \\
&\quad = \quad \textsc{push-}1;\ \textsc{store-}y;\ \mathcal{CB}[\![x = 1]\!];\ \textsc{neg}; \\
&\qquad\quad \textsc{loop}(\mathcal{CS}[\![y := y \star x]\!];\ \mathcal{CS}[\![x := x - 1]\!];\ \mathcal{CB}[\![x = 1]\!];\ \textsc{neg}) \\
&\quad = \quad \textsc{push-}1;\ \textsc{store-}y;\ \mathcal{CA}[\![x]\!];\ \mathcal{CA}[\![1]\!];\ \textsc{eq};\ \textsc{neg}; \\
&\qquad\quad \textsc{loop}(\mathcal{CS}[\![y := y \star x]\!];\ \mathcal{CS}[\![x := x - 1]\!];\ \mathcal{CA}[\![x]\!];\ \mathcal{CA}[\![1]\!];\ \textsc{eq};\ \textsc{neg}) \\
&\quad = \quad \textsc{push-}1;\ \textsc{store-}y;\ \textsc{fetch-}x;\ \textsc{push-}1;\ \textsc{eq};\ \textsc{neg}; \\
&\qquad\quad \textsc{loop}(\mathcal{CS}[\![y := y \star x]\!];\ \mathcal{CS}[\![x := x - 1]\!];\ \textsc{fetch-}x;\ \textsc{push-}1;\ \textsc{eq};\ \textsc{neg}) \\
&\quad = \quad \textsc{push-}1;\ \textsc{store-}y;\ \textsc{fetch-}x;\ \textsc{push-}1;\ \textsc{eq};\ \textsc{neg}; \\
&\qquad\quad \textsc{loop}(\mathcal{CA}[\![y \star x]\!];\ \textsc{store-}y;\ \mathcal{CA}[\![x - 1]\!]; \\
&\qquad\qquad\quad \textsc{store-}x;\ \textsc{fetch-}x;\ \textsc{push-}1;\ \textsc{eq};\ \textsc{neg}) \\
&\quad = \quad \textsc{push-}1;\ \textsc{store-}y;\ \textsc{fetch-}x;\ \textsc{push-}1;\ \textsc{eq};\ \textsc{neg}; \\
&\qquad\quad \textsc{loop}(\textsc{fetch-}x;\ \textsc{fetch-}y;\ \textsc{mult};\ \textsc{store-}y;\ \textsc{push-}1;\ \textsc{fetch-}x;\ \textsc{sub}; \\
&\qquad\qquad\quad \textsc{store-}x;\ \textsc{fetch-}x;\ \textsc{push-}1;\ \textsc{eq};\ \textsc{neg})
\end{aligned}
$$

Transleerimisfunktsioonide omadusi

- **Lemma:** Iga aritmeetilise avaldise a, magasini e ja oleku s korral

$$\langle \mathcal{CA}[\![a]\!],\ e,\ s\rangle \ \triangleright^\star \langle \varepsilon,\ \mathcal{A}[\![a]\!]s : e,\ s\rangle$$

- **Lemma:** Iga tõeväärtusavaldise b, magasini e ja oleku s korral

$$\langle \mathcal{CB}[\![b]\!],\ e,\ s\rangle \ \triangleright^\star \langle \varepsilon,\ \mathcal{B}[\![b]\!]s : e,\ s\rangle$$

- **Lemma:** Iga While-keelse lause S, magasini e ja oleku s korral, kui leidub konfiguratsioon $\langle \varepsilon,\ e',\ s'\rangle$ selline, et

$$\langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ e,\ s\rangle \ \triangleright^\star \langle \varepsilon,\ e',\ s'\rangle,$$

siis $e' = e$.

Transleerimise korrektsus (1)

- **Teoreem:** Iga While-keelse lause S korral

$$\mathcal{S}_{\mathrm{ns}}[\![S]\!] = \mathcal{M}[\![\mathcal{CS}[\![S]\!]]\!]$$

(so. transleerimine on korrektne keele While loomuliku semantika suhtes).

- **Lemma:** Iga While-keelse lause S ja olekute s, s' korral

$$\langle S,\ s\rangle \ \rightarrow\ s' \qquad \Longrightarrow \qquad \langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \ \triangleright^{\star}\ \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s'\rangle$$

- **Lemma:** Iga While-keelse lause S ja olekute s, s' korral

$$\langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \ \triangleright^{k}\ \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s'\rangle \qquad \Longrightarrow \qquad \langle S,\ s\rangle \ \rightarrow\ s'$$

Transleerimise korrektsus (1)

- **Teoreem:** Iga While-keelse lause S korral

$$\mathcal{S}_{\mathrm{ns}}[\![S]\!] = \mathcal{M}[\![\mathcal{CS}[\![S]\!]]\!]$$

(so. transleerimine on korrektne keele While loomuliku semantika suhtes).

- **Lemma:** Iga While-keelse lause S ja olekute s, s' korral

$$\langle S,\ s\rangle \ \rightarrow\ s' \qquad \Longrightarrow \qquad \langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \ \triangleright^{\star}\ \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s'\rangle$$

- **Lemma:** Iga While-keelse lause S ja olekute s, s' korral

$$\langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \ \triangleright^{k}\ \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s'\rangle \qquad \Longrightarrow \qquad \langle S,\ s\rangle \ \rightarrow\ s'$$

Transleerimise korrektsus (1)

- **Teoreem:** Iga While-keelse lause S korral

$$\mathcal{S}_{\mathrm{ns}}[\![S]\!] = \mathcal{M}[\![\mathcal{CS}[\![S]\!]]\!]$$

(so. transleerimine on korrektne keele While loomuliku semantika suhtes).

- **Lemma:** Iga While-keelse lause S ja olekute s, s' korral

$$\langle S,\ s\rangle \ \rightarrow\ s' \qquad \Longrightarrow \qquad \langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \ \triangleright^{\star}\ \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s'\rangle$$

- **Lemma:** Iga While-keelse lause S ja olekute s, s' korral

$$\langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \ \triangleright^{k}\ \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s'\rangle \qquad \Longrightarrow \qquad \langle S,\ s\rangle \ \rightarrow\ s'$$

Transleerimise korrektsus (2) — bisimulatsioon

- Defineerime seose $\approx$

$$\begin{array}{rcl} \langle S,\ s\rangle & \approx & \langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \\ s & \approx & \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s\rangle \end{array}$$

- **Lemma:** Kui $\gamma_{sos} \approx \gamma_{am}$ ja $\gamma_{sos} \Rightarrow \gamma'_{sos}$, siis leidub γ'_{am} selline, et $\gamma_{am} \rhd^{+} \gamma'_{am}$ ja $\gamma'_{sos} \approx \gamma'_{am}$.
- **Järeldus:** Kui $\langle S,\ s\rangle \Rightarrow^{*} s'$, siis $\langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \rhd^{\star} \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s'\rangle$.
- **Lemma:** Olgu $\gamma_{sos} \approx \gamma^1_{am}$ ja

$$\gamma^1_{am} \rhd \gamma^2_{am} \rhd \ldots \rhd \gamma^k_{am} \qquad (k > 1),$$

kus $\gamma^i_{am} = \langle S^i,\ e^i,\ s^i\rangle$ ja $e^i = \varepsilon \Leftrightarrow i \in \{1, k\}$. Siis leidub konfiguratsioon γ'_{sos} selline, et $\gamma_{sos} \Rightarrow \gamma'_{sos}$ ja $\gamma'_{sos} \approx \gamma^k_{am}$.

- **Järeldus:** Kui $\langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \rhd^{\star} \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s'\rangle$, siis $\langle S,\ s\rangle \Rightarrow^{*} s'$.

Transleerimise korrektsus (2) — bisimulatsioon

- Defineerime seose $\approx$

$$\begin{array}{rcl} \langle S,\ s\rangle & \approx & \langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \\ s & \approx & \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s\rangle \end{array}$$

- **Lemma:** Kui $\gamma_{sos} \approx \gamma_{am}$ ja $\gamma_{sos} \Rightarrow \gamma'_{sos}$, siis leidub γ'_{am} selline, et $\gamma_{am} \rhd^{+} \gamma'_{am}$ ja $\gamma'_{sos} \approx \gamma'_{am}$.
- **Järeldus:** Kui $\langle S,\ s\rangle \Rightarrow^{*} s'$, siis $\langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \rhd^{\star} \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s'\rangle$.
- **Lemma:** Olgu $\gamma_{sos} \approx \gamma^1_{am}$ ja

$$\gamma^1_{am} \rhd \gamma^2_{am} \rhd \ldots \rhd \gamma^k_{am} \qquad (k > 1),$$

kus $\gamma^i_{am} = \langle S^i,\ e^i,\ s^i\rangle$ ja $e^i = \varepsilon \Leftrightarrow i \in \{1, k\}$. Siis leidub konfiguratsioon γ'_{sos} selline, et $\gamma_{sos} \Rightarrow \gamma'_{sos}$ ja $\gamma'_{sos} \approx \gamma^k_{am}$.

- **Järeldus:** Kui $\langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \rhd^{\star} \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s'\rangle$, siis $\langle S,\ s\rangle \Rightarrow^{*} s'$.

Transleerimise korrektsus (2) — bisimulatsioon

- Defineerime seose $\approx$

$$\begin{array}{rcl} \langle S,\ s\rangle & \approx & \langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \\ s & \approx & \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s\rangle \end{array}$$

- **Lemma:** Kui $\gamma_{sos} \approx \gamma_{am}$ ja $\gamma_{sos} \Rightarrow \gamma'_{sos}$, siis leidub γ'_{am} selline, et $\gamma_{am} \rhd^{+} \gamma'_{am}$ ja $\gamma'_{sos} \approx \gamma'_{am}$.
- **Järeldus:** Kui $\langle S,\ s\rangle \Rightarrow^{*} s'$, siis $\langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \rhd^{\star} \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s'\rangle$.
- **Lemma:** Olgu $\gamma_{sos} \approx \gamma^1_{am}$ ja

$$\gamma^1_{am} \rhd \gamma^2_{am} \rhd \ldots \rhd \gamma^k_{am} \qquad (k > 1),$$

kus $\gamma^i_{am} = \langle S^i,\ e^i,\ s^i\rangle$ ja $e^i = \varepsilon \Leftrightarrow i \in \{1, k\}$. Siis leidub konfiguratsioon γ'_{sos} selline, et $\gamma_{sos} \Rightarrow \gamma'_{sos}$ ja $\gamma'_{sos} \approx \gamma^k_{am}$.

- **Järeldus:** Kui $\langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \rhd^{\star} \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s'\rangle$, siis $\langle S,\ s\rangle \Rightarrow^{*} s'$.

Transleerimise korrektsus (2) — bisimulatsioon

- Defineerime seose $\approx$

$$\begin{array}{rcl} \langle S,\ s\rangle & \approx & \langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \\ s & \approx & \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s\rangle \end{array}$$

- **Lemma:** Kui $\gamma_{sos} \approx \gamma_{am}$ ja $\gamma_{sos} \Rightarrow \gamma'_{sos}$, siis leidub γ'_{am} selline, et $\gamma_{am} \rhd^{+} \gamma'_{am}$ ja $\gamma'_{sos} \approx \gamma'_{am}$.
- **Järeldus:** Kui $\langle S,\ s\rangle \Rightarrow^{*} s'$, siis $\langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \rhd^{\star} \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s'\rangle$.
- **Lemma:** Olgu $\gamma_{sos} \approx \gamma^1_{am}$ ja

$$\gamma^1_{am} \rhd \gamma^2_{am} \rhd \ldots \rhd \gamma^k_{am} \qquad (k > 1),$$

kus $\gamma^i_{am} = \langle S^i,\ e^i,\ s^i\rangle$ ja $e^i = \varepsilon \Leftrightarrow i \in \{1, k\}$. Siis leidub konfiguratsioon γ'_{sos} selline, et $\gamma_{sos} \Rightarrow \gamma'_{sos}$ ja $\gamma'_{sos} \approx \gamma^k_{am}$.

- **Järeldus:** Kui $\langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \rhd^{\star} \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s'\rangle$, siis $\langle S,\ s\rangle \Rightarrow^{*} s'$.

Transleerimise korrektsus (2) — bisimulatsioon

- Defineerime seose $\approx$

$$\begin{array}{rcl} \langle S,\ s\rangle & \approx & \langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \\ s & \approx & \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s\rangle \end{array}$$

- **Lemma:** Kui $\gamma_{sos} \approx \gamma_{am}$ ja $\gamma_{sos} \Rightarrow \gamma'_{sos}$, siis leidub γ'_{am} selline, et $\gamma_{am} \rhd^{+} \gamma'_{am}$ ja $\gamma'_{sos} \approx \gamma'_{am}$.
- **Järeldus:** Kui $\langle S,\ s\rangle \ \Rightarrow^{*}\ s'$, siis $\langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \rhd^{\star} \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s'\rangle$.
- **Lemma:** Olgu $\gamma_{sos} \approx \gamma^{1}_{am}$ ja

$$\gamma^{1}_{am} \rhd \gamma^{2}_{am} \rhd \ldots \rhd \gamma^{k}_{am} \qquad (k > 1),$$

kus $\gamma^{i}_{am} = \langle S^{i},\ e^{i},\ s^{i}\rangle$ ja $e^{i} = \varepsilon \Leftrightarrow i \in \{1, k\}$. Siis leidub konfiguratsioon γ'_{sos} selline, et $\gamma_{sos} \Rightarrow \gamma'_{sos}$ ja $\gamma'_{sos} \approx \gamma^{k}_{am}$.

- **Järeldus:** Kui $\langle \mathcal{CS}[\![S]\!],\ \varepsilon,\ s\rangle \rhd^{\star} \langle \varepsilon,\ \varepsilon,\ s'\rangle$, siis $\langle S,\ s\rangle \ \Rightarrow^{*}\ s'$.