Süntaksanalüüs

Süntaksanalüüs

- Süntaksanalüüs kontrollib programmi struktuuri vastavust keele grammatikale:
  - saab sisendina, skanneri poolt genereeritud, lekseemide jada;
  - väljastab programmi esitava (abstraktse) süntaksipuu;
  - süntaktiliste vigade korral, teeb kindlaks nende asukoha;
  - . . . teavitab võimalikest vea põhjustest;
  - . . . püüab veast toibuda ja jätkata analüüsi (et järgnevaid vigu avastada).

- Süntaksanalüüsi kutsutakse parsimiseks (parsing) ning vastavat analüsaatorit nimetatakse parseriks (parser).

Grammatikad

- Keelte süntaksi kirjeldatakse reeglina kontekstivaba grammatika abil.
- Grammatika on nelik $G = \langle N, T, P, S \rangle$, kus
  - N on lõplik mitteterminaalide tähestik;
  - T on lõplik terminaalsümbolite tähestik;
  - $N \cap T = \emptyset$ ja $V = N \cup T$;
  - $P \subset \{\alpha \to \beta \mid \alpha \in V^+,\ \beta \in V^\star\}$ on lõplik produktsioonireeglite hulk;
  - $S \in N$ on algsümbol.
- Grammatika on kontekstivaba (context-free), kui produktsioonireeglid on kujul $A \to \alpha$, kus $A \in N$ ja $\alpha \in V^\star$.

Grammatikad

- Jada $w \in V^\star$ nimetatakse lausevormiks (sentential form).
- Lausevorm $v \in V^\star$ on otsetuletatav (directly derivable) lausevormist $u \in V^\star$ (tähistus $u \Longrightarrow v$), kui leiduvad $w_1, w_2, \alpha, \beta \in V^\star$ sellised, et $u = w_1 \alpha w_2$, $v = w_1 \beta w_2$ ja $\alpha \to \beta \in P$.
- Relatsiooni $\Longrightarrow$ refleksiivset transitiivset sulundit (tähistus $\Longrightarrow^\star$) nimetatakse derivatsiooniks (derivation) ehk tuletuseks.
- Grammatika $G = \langle N, T, P, S \rangle$ genereerib keele

$$L(G) = \{w \in T^\star \mid S \Longrightarrow^\star w\}$$

- Grammatikad G_1 ja G_2 on ekvivalentsed, kui $L(G_1) = L(G_2)$.

Grammatikad

Chomsky hierarhia:

	Produktsioonid	**Keelte tüüp**	**Automaat**
L_0	$\alpha \to \beta$	Semi-Thue süsteemid	Turingi masin
L_1	$\alpha A \beta \to \alpha \gamma \beta$	Kontekstist sõltuvad keeled	Tõkestatud Turingi masin
L_2	$A \to \alpha$	Kontekstivabad keeled	Magasinmäluga automaat
L_3	$A \to w,\ A \to wB$	Regulaarsed keeled	Lõplik automaat
(L_4)	$A \to w$	Lõplikud keeled	Tsükliteta lõplik automaat

kus $A, B \in N,\ \alpha, \beta, \gamma \in V^\star$ ja $w \in T^\star$.

Lemma: Chomsky hierarhia on range; so.:

$$(L_4) \subset L_3 \subset L_2 \subset L_1 \subset L_0$$

Kontekstivabad grammatikad

- Edaspidi käsitleme ainult kontekstivabu grammatikaid.
- Kontekstivabade grammatikate produktsioonireegleid esitatakse tavaliselt Backus-Naur'i kujul (BNF).
- Näide: olgu $N = \{\text{Exp}\}$ ja $T = \{+, *, (,), id\}$, siis

$$\begin{array}{rcl} \text{Exp} & \rightarrow & \text{Exp} + \text{Exp} \\ & | & \text{Exp} * \text{Exp} \\ & | & (\text{Exp}) \\ & | & id \end{array}$$

esitab produktsioonireeglite hulka

$$\begin{array}{rcl} P & = & \{ \quad \text{Exp} \rightarrow \text{Exp} + \text{Exp}, \quad \text{Exp} \rightarrow (\text{Exp}), \\ & & \quad\;\; \text{Exp} \rightarrow \text{Exp} * \text{Exp}, \quad \text{Exp} \rightarrow id \qquad \}. \end{array}$$

Kontekstivabad grammatikad

- Mitteterminaal A on produktiivne (productive), kui leidub $w \in T^\star$ selline, et $A \Longrightarrow^\star w$.
- Mitteterminaal A on saavutatav (reachable), kui leiduvad lausevormid $u, v \in V^\star$ sellised, et $S \Longrightarrow^\star uAv$.
- KV-grammatika $G = \langle N, T, P, S \rangle$ on taandatud (reduced), kui tema iga mitteterminaal on produktiivne ja saavutatav.
- Lemma: Iga KV-grammatika saab teisendada temaga ekvivalentseks taandatud KV-grammatikaks.

Kontekstivabad grammatikad

- Reeglina saab ühte ja sama lauset tuletada paljudel eri viisidel.
- Kanoonilised derivatsioonid:
  - vasakderivatsioon – derivatsiooni igal sammul asendatakse vasakpoolseim mitteterminaal;
  - paremderivatsioon – derivatsiooni igal sammul asendatakse parempoolseim mitteterminaal.
- Näide:

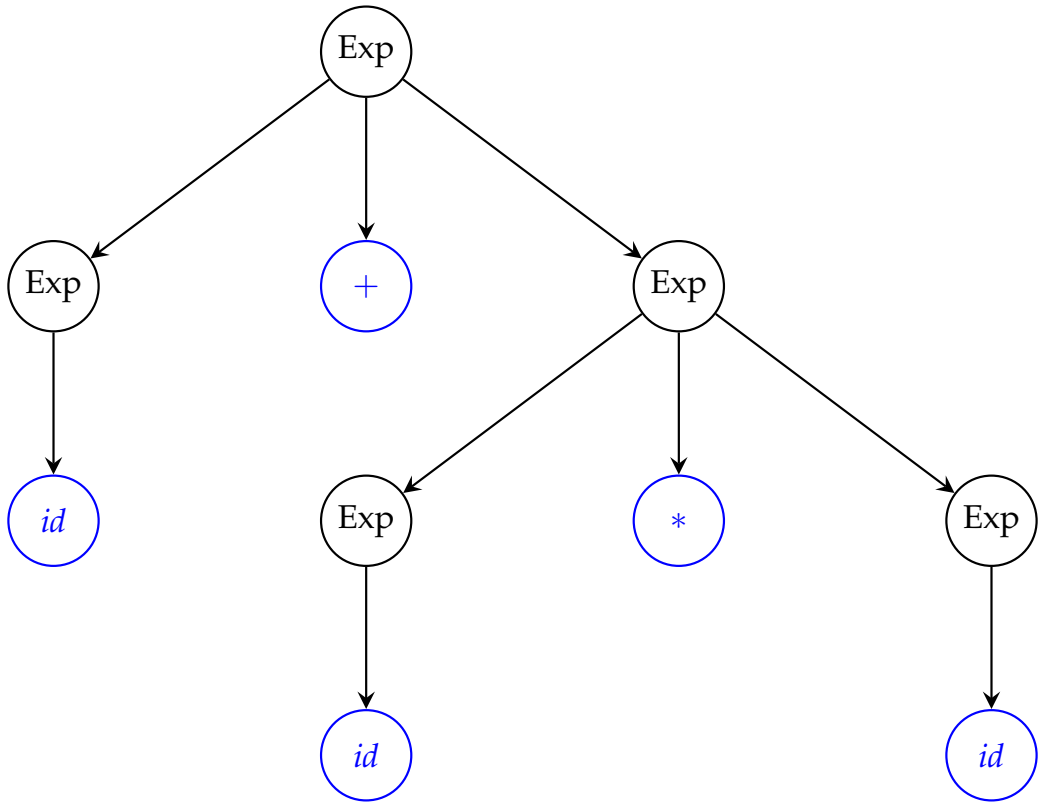
$$
\begin{aligned}
\mathrm{Exp} &\Longrightarrow_{lm} \mathrm{Exp} + \mathrm{Exp} \\
&\Longrightarrow_{lm} id + \mathrm{Exp} \\
&\Longrightarrow_{lm} id + \mathrm{Exp} * \mathrm{Exp} \\
&\Longrightarrow_{lm} id + id * \mathrm{Exp} \\
&\Longrightarrow_{lm} id + id * id
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
\mathrm{Exp} &\Longrightarrow_{rm} \mathrm{Exp} + \mathrm{Exp} \\
&\Longrightarrow_{rm} \mathrm{Exp} + \mathrm{Exp} * \mathrm{Exp} \\
&\Longrightarrow_{rm} \mathrm{Exp} + \mathrm{Exp} * id \\
&\Longrightarrow_{rm} \mathrm{Exp} + id * id \\
&\Longrightarrow_{rm} id + id * id
\end{aligned}
$$

Kontekstivabad grammatikad

- Iga derivatsioon määrab üheselt süntaksipuu (syntax-tree, parse-tree), mis on järjestatud tippudega puu, kus:
  - puu juur on märgendatud algsümboliga S;
  - vahetipud on märgendatud mitteterminaalidega;
  - lehed on märgendatud terminaalsümboliga või tühisümboliga ε;
  - kui vahetipp on märgendatud mitteterminaaliga A ja tema alampuude (vasakult paremale) $t_1, \ldots, t_n$ juured on märgendatud vastavalt $A_1, \ldots, A_n$, siis $A \to A_1 \ldots A_n \in P$.
- Tuletatud lause saadakse lugedes puu lehtede märgendid vasakult paremale.
- Süntaksipuu määrab üheselt kasutatud produktsioonireeglid, kuid mitte nende rakendamise järjekorda.

Kontekstivabad grammatikad

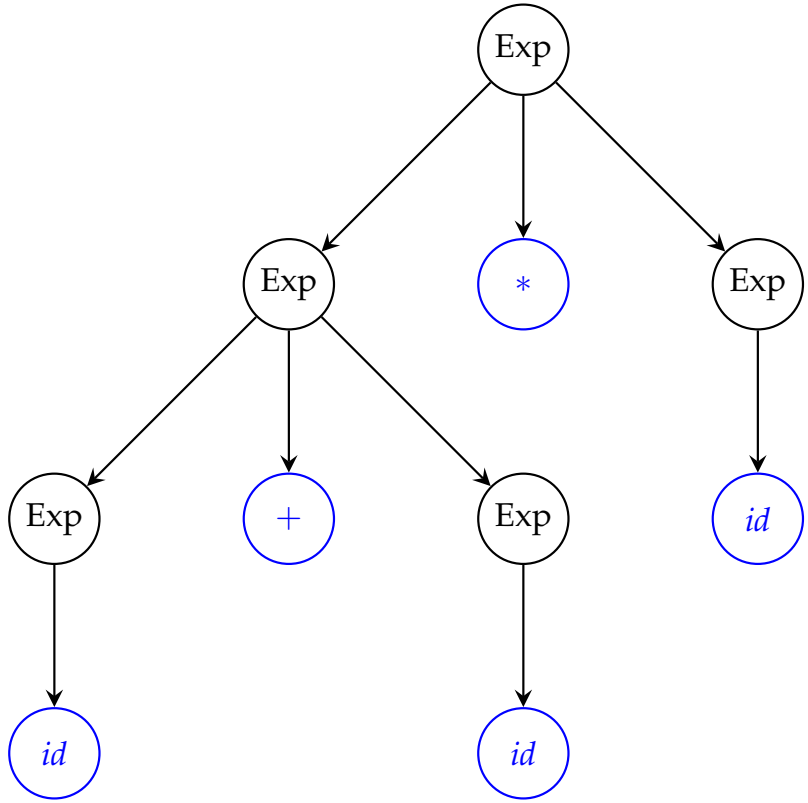
Näide: eelnevalt toodud vasak- ja paremderivatsioonile vastab mõlemal juhul sama süntaksipuu



Kontekstivabad grammatikad

NB! Ühel lausel võib olla mitu erinevat süntaksipuud!

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Exp} &\Longrightarrow_{lm} \mathrm{Exp} * \mathrm{Exp} \\
&\Longrightarrow_{lm} \mathrm{Exp} + \mathrm{Exp} * \mathrm{Exp} \\
&\Longrightarrow_{lm} id + \mathrm{Exp} * \mathrm{Exp} \\
&\Longrightarrow_{lm} id + id * \mathrm{Exp} \\
&\Longrightarrow_{lm} id + id * id
\end{aligned}
$$



Kontekstivabad grammatikad

- KV-grammatika on mitmene (ambiguous), kui ühe lause jaoks leidub mitu süntaksipuud.
- Iga süntaksipuu jaoks leidub täpselt üks vasak- ja üks paremderivatsioon; seega:
  - ühesel lausel on täpselt üks vasak- ja üks paremderivatsioon;
  - mitmesel lausel on vähemalt kaks vasak- ja paremderivatsiooni.
- Lause erinevad süntaksipuud vastavad reeglina lause semantiliselt erinevatele tõlgendusvõimalustele.
- Mitmese grammatika saab teatud juhtudel (aga mitte alati) teisendada ekvivalentseks üheseks grammatikaks.

Kontekstivabad grammatikad

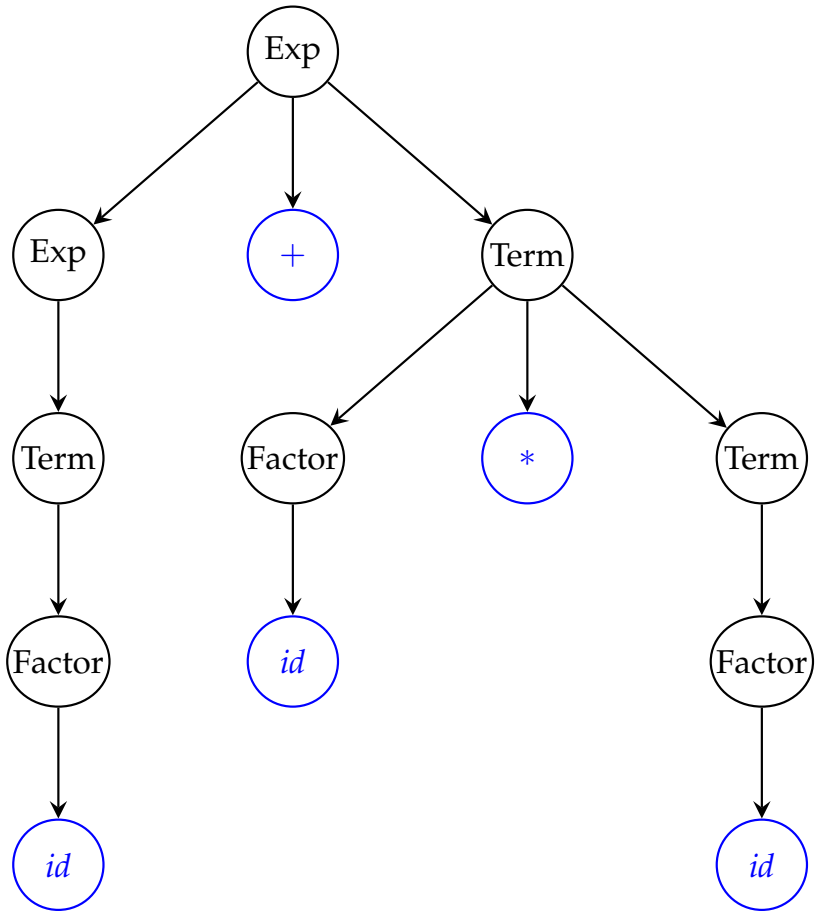
- Mitmesuse eemaldamine – binaarsed operaatorid:
  - iga prioriteeditaseme jaoks toome sisse uue mitteterminaali;
  - vasakassotsiatiivse operaatori korral kasutame vasakrekursiivset; paremassotsiatiivse korral paremrekursiivset produktsioonireeglit;
  - tugevama prioriteediga operaatoritele vastavad reeglid paigutame "sügavamale".
- Näide:

$$
\begin{array}{lcl}
\text{Exp} & \rightarrow & \text{Exp} + \text{Term} \\
 & | & \text{Term} \\
\text{Term} & \rightarrow & \text{Factor} * \text{Term} \\
 & | & \text{Factor} \\
\text{Factor} & \rightarrow & (\ \text{Exp}\ ) \\
 & | & \mathit{id}
\end{array}
$$

Kontekstivabad grammatikad

Näide:

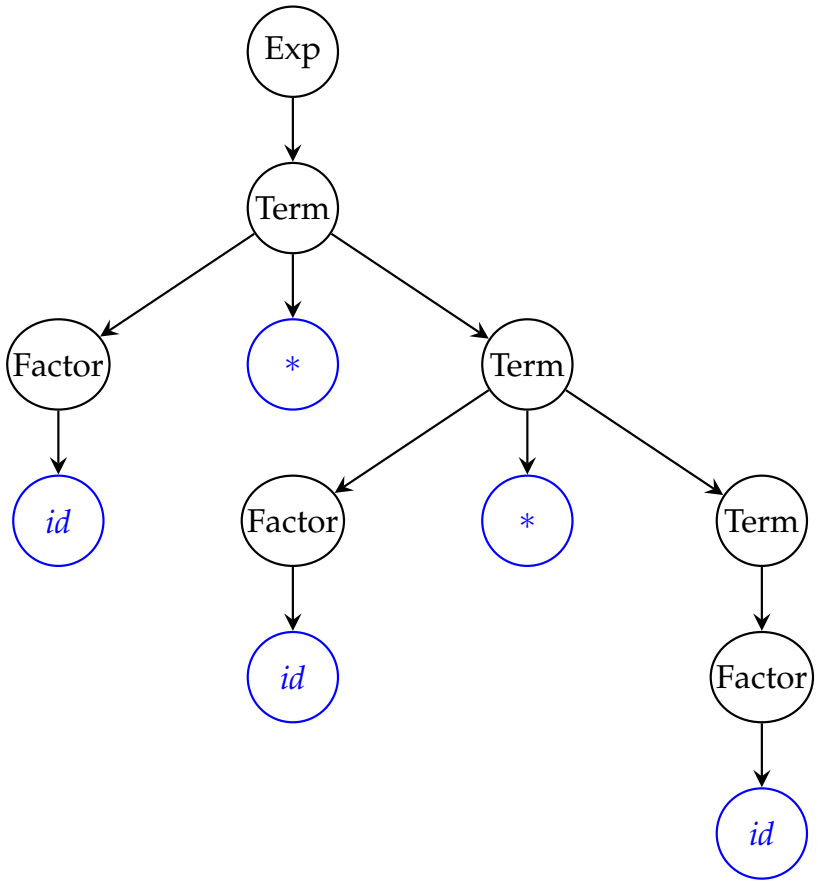
$$
\begin{aligned}
\text{Exp} &\Longrightarrow_{lm} \text{Exp} + \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} \text{Term} + \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} \text{Factor} + \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} id + \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} id + \text{Factor} * \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} id + id * \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} id + id * \text{Factor} \\
&\Longrightarrow_{lm} id + id * id
\end{aligned}
$$



Kontekstivabad grammatikad

Näide:

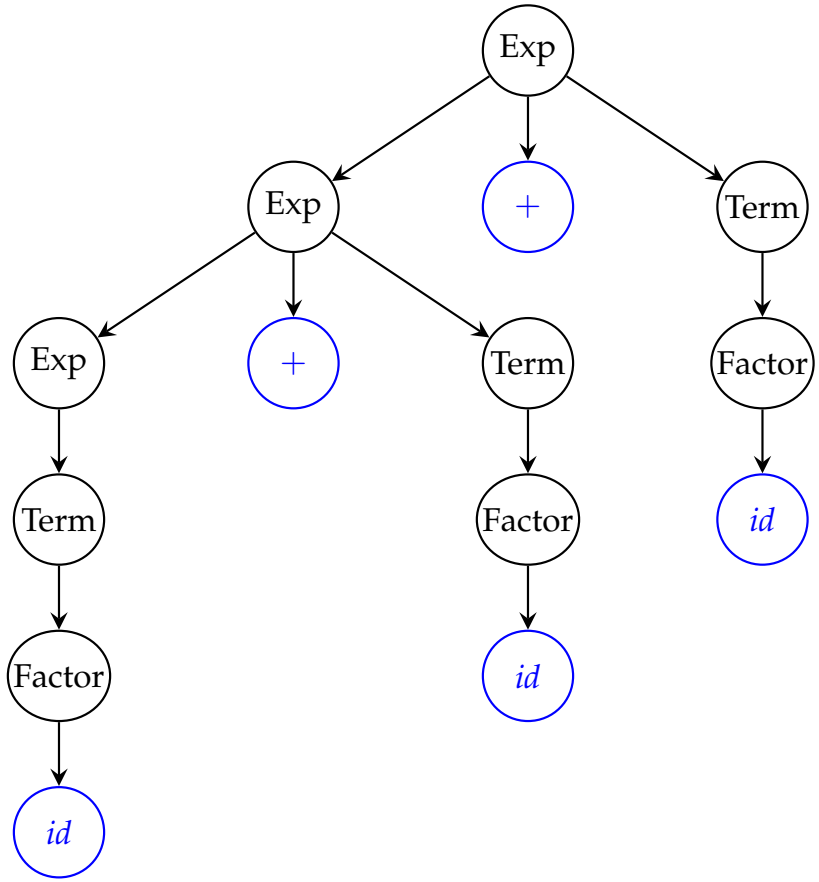
$$
\begin{aligned}
\text{Exp} &\Longrightarrow_{lm} \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} \text{Factor} * \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} id * \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} id * \text{Factor} * \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} id * id * \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} id * id * \text{Factor} \\
&\Longrightarrow_{lm} id * id * id
\end{aligned}
$$



Kontekstivabad grammatikad

Näide:

$$
\begin{aligned}
\text{Exp} &\Longrightarrow_{lm} \text{Exp} + \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} \text{Exp} + \text{Term} + \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} \text{Term} + \text{Term} + \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} \text{Factor} + \text{Term} + \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} id + \text{Term} + \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} id + \text{Factor} + \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} id + id + \text{Term} \\
&\Longrightarrow_{lm} id + id + \text{Factor} \\
&\Longrightarrow_{lm} id + id + id
\end{aligned}
$$



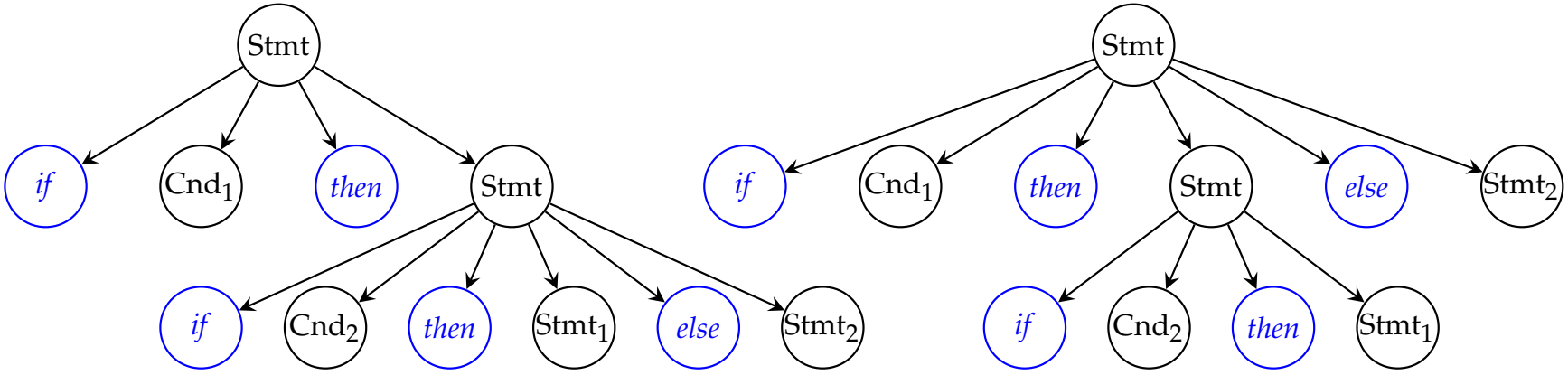
Kontekstivabad grammatikad

- Mitmesuse eemaldamine – tingimuslaused:

$$\begin{aligned} \text{Stmt} \quad &\rightarrow \quad \textit{if}\ \text{Cnd}\ \textit{then}\ \text{Stmt} \\ &\mid \quad \textit{if}\ \text{Cnd}\ \textit{then}\ \text{Stmt}\ \textit{else}\ \text{Stmt} \\ &\mid \quad \text{Other} \end{aligned}$$

- Järgnev lausevorm omab kahte süntaksipuud:

$$\textit{if}\ \text{Cnd}_1\ \textit{then}\ \textit{if}\ \text{Cnd}_2\ \textit{then}\ \text{Stmt}_1\ \textit{else}\ \text{Stmt}_2$$

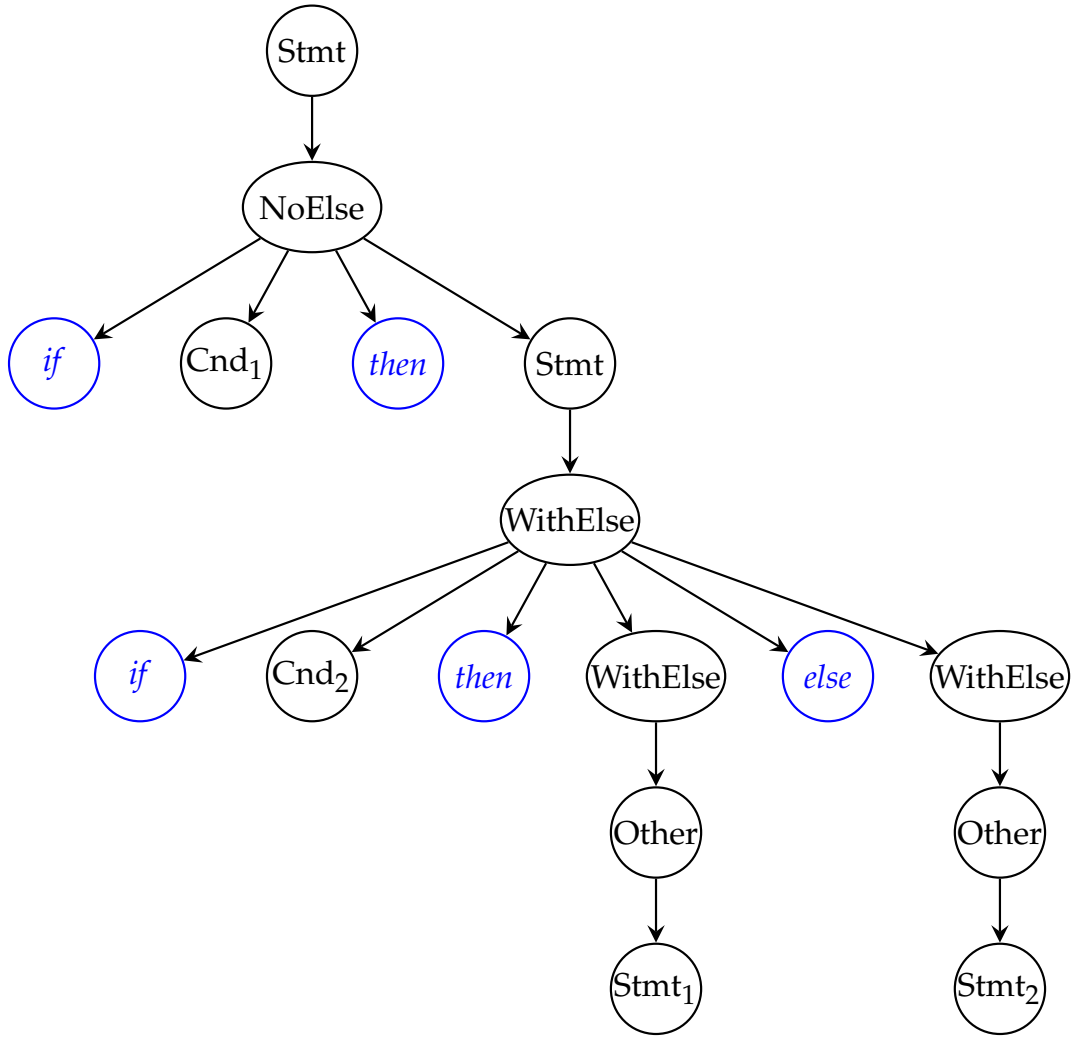


Kontekstivabad grammatikad

Tavaliselt loetakse korrektseks esimest süntaksipuud; so. *else* kuulub alati kõige sisemise võimaliku tingimuslause juurde:

$$
\begin{array}{lcl}
\text{Stmt} & \rightarrow & \text{WithElse} \\
 & | & \text{NoElse} \\
\text{WithElse} & \rightarrow & \textit{if}\ \text{Cnd}\ \textit{then}\ \text{WithElse}\ \textit{else}\ \text{WithElse} \\
 & | & \text{Other} \\
\text{NoElse} & \rightarrow & \textit{if}\ \text{Cnd}\ \textit{then}\ \text{Stmt} \\
 & | & \textit{if}\ \text{Cnd}\ \textit{then}\ \text{WithElse}\ \textit{else}\ \text{NoElse}
\end{array}
$$

Kontekstivabad grammatikad



Parsimistehnikad

Ülalt-alla parsimine (top-down parsing):

- alustab süntaksipuu ehitamist juurest ning kasvatab seda lehtede suunas;
- igal sammul valib produktsioonireegli ning üritab seda sobitada sisendsõnaga;
- mittesobiva reegli korral toimub tagasipöördumine (backtracking);
- reeglina annab vasakpoolse derivatsiooni.

Alt-üles parsimine (bottom-up parsing)

- alustab süntaksipuu ehitamist lehtedest ning kasvatab seda juure suunas;
- rakendab sobivaid reegleid paremalt vasakule kuni jõuab algsümbolini;
- reeglina annab parempoolse derivatsiooni.

Ülalt-alla parsimine

Ülalt-alla parsimise üldine algoritm:

- konstrueerime juurtipu, märgendame selle algsümboliga ja jätkame puu konstrueerimist lehteded suunas sügavuti vasakult paremale;
- kui vaatluse all olev tipp on mitteterminaal A, siis valime mingi produktsioonireegli kujul $A \rightarrow \alpha$, konstrueerime reegli paremale poolele vastavad tipud, ning jätkame vasakpoolseima alamtipuga;
- kui tipp on terminaalsümbol mis ei sobi sisensümboliga, siis teostame tagasipöördumise produktsioonireegli valikuni mis selle tipu konstrueeris ja jätkame sealt uuesti valides teise reegli;
- kui tipp on terminaalsümbol mis sobib sisensümboliga, siis jätkame järgmise vasakpoolseima läbivaatamata tipuga.

Ülalt-alla parsimine

Näide:

$$
\begin{array}{lcl}
\mathrm{E} & \rightarrow & \mathrm{E} + \mathrm{T} \\
 & | & \mathrm{E} - \mathrm{T} \\
 & | & \mathrm{T} \\
\mathrm{T} & \rightarrow & \mathrm{T} * \mathrm{F} \\
 & | & \mathrm{T} \,/\, \mathrm{F} \\
 & | & \mathrm{F} \\
\mathrm{F} & \rightarrow & (\ \mathrm{E}\ ) \\
 & | & \mathit{id} \\
 & | & \mathit{num}
\end{array}
$$

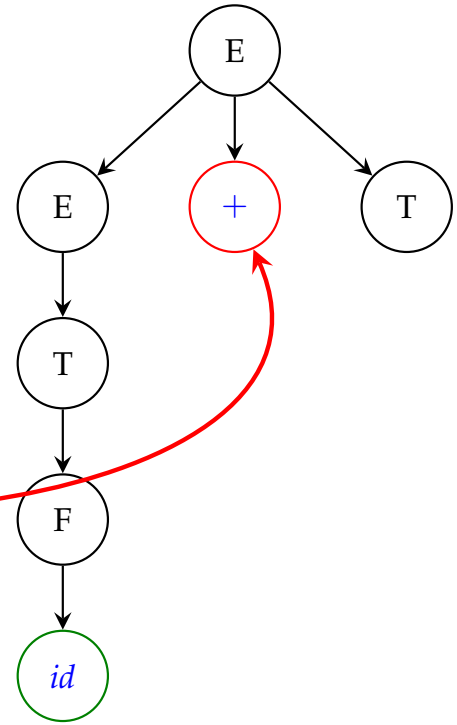
$$
\begin{array}{ll}
 & \bullet\ \mathit{id} - \mathit{num} * \mathit{id} \\
\mathrm{E}.1 & \bullet\ \mathit{id} - \mathit{num} * \mathit{id} \\
\mathrm{E}.3 & \bullet\ \mathit{id} - \mathit{num} * \mathit{id} \\
\mathrm{T}.3 & \bullet\ \mathit{id} - \mathit{num} * \mathit{id} \\
\mathrm{F}.2 & \bullet\ \mathit{id} - \mathit{num} * \mathit{id} \\
 & \mathit{id}\ \bullet\ - \mathit{num} * \mathit{id} \\
 & \mathit{id} - \bullet\ \mathit{num} * \mathit{id} \\
\mathrm{T}.1 & \mathit{id} - \bullet\ \mathit{num} * \mathit{id} \\
\mathrm{T}.3 & \mathit{id} - \bullet\ \mathit{num} * \mathit{id} \\
\mathrm{F}.3 & \mathit{id} - \bullet\ \mathit{num} * \mathit{id} \\
 & \mathit{id} - \mathit{num}\ \bullet\ * \mathit{id} \\
 & \mathit{id} - \mathit{num} * \bullet\ \mathit{id} \\
\mathrm{F}.2 & \mathit{id} - \mathit{num} * \bullet\ \mathit{id} \\
 & \mathit{id} - \mathit{num} * \mathit{id}\ \bullet
\end{array}
$$

Ülalt-alla parsimine

Näide:

$$
\begin{array}{lcl}
E & \rightarrow & E + T \\
 & | & E - T \\
 & | & T \\
T & \rightarrow & T * F \\
 & | & T \,/\, F \\
 & | & F \\
F & \rightarrow & (E) \\
 & | & id \\
 & | & num
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
 & \bullet\ id - num * id \\
E.1 & \bullet\ id - num * id \\
E.3 & \bullet\ id - num * id \\
T.3 & \bullet\ id - num * id \\
F.2 & \bullet\ id - num * id \\
 & id \bullet - num * id \\
 & id - \bullet\ num * id \\
T.1 & id - \bullet\ num * id \\
T.3 & id - \bullet\ num * id \\
F.3 & id - \bullet\ num * id \\
 & id - num \bullet\ * id \\
 & id - num * \bullet\ id \\
F.2 & id - num * \bullet\ id \\
 & id - num * id \bullet
\end{array}
$$

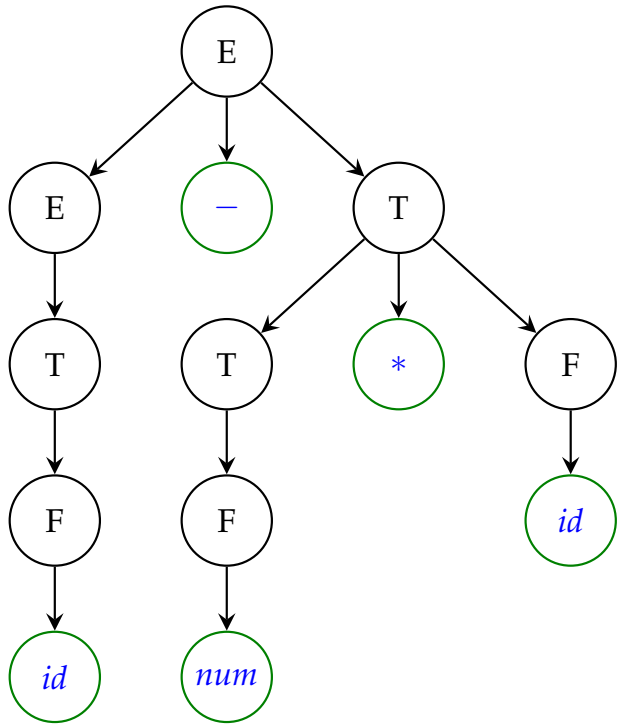


Ülalt-alla parsimine

Näide:

$$
\begin{array}{lcl}
\mathrm{E} & \rightarrow & \mathrm{E} + \mathrm{T} \\
 & | & \mathrm{E} - \mathrm{T} \\
 & | & \mathrm{T} \\
\mathrm{T} & \rightarrow & \mathrm{T} * \mathrm{F} \\
 & | & \mathrm{T} \ / \ \mathrm{F} \\
 & | & \mathrm{F} \\
\mathrm{F} & \rightarrow & (\ \mathrm{E} \ ) \\
 & | & id \\
 & | & num
\end{array}
$$

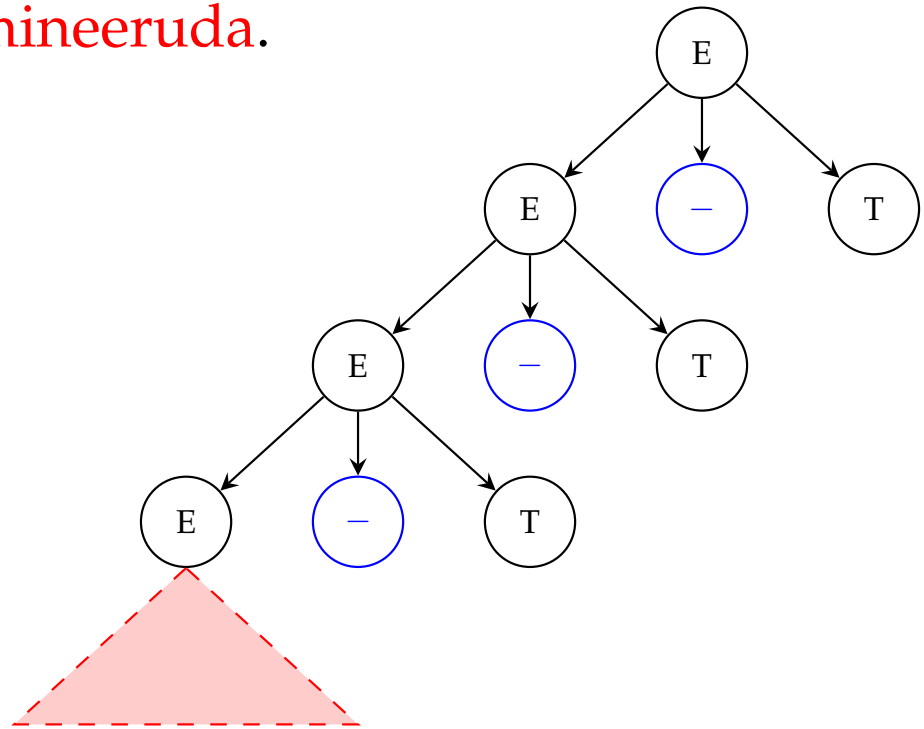
$$
\begin{array}{ll}
 & \bullet \ id - num * id \\
\mathrm{E.2} & \bullet \ id - num * id \\
\mathrm{E.3} & \bullet \ id - num * id \\
\mathrm{T.3} & \bullet \ id - num * id \\
\mathrm{F.2} & \bullet \ id - num * id \\
 & id \ \bullet - num * id \\
 & id - \bullet \ num * id \\
\mathrm{T.1} & id - \bullet \ num * id \\
\mathrm{T.3} & id - \bullet \ num * id \\
\mathrm{F.3} & id - \bullet \ num * id \\
 & id - num \ \bullet * id \\
 & id - num * \bullet \ id \\
\mathrm{F.2} & id - num * \bullet \ id \\
 & id - num * id \ \bullet
\end{array}
$$



Ülalt-alla parsimine

- Parsimise efektiivsus sõltub tugevasti õige produktsioonireegli valikust.
- Vale reegli valimine põhjustab hilisema tagasipöördumise vajaduse.
- Vasakrekursiivsete reeglite olemasolul võib ülalt-alla parsimine mittetermineeruda.

	• $id - num * id$
E.2	• $id - num * id$
E.2	• $id - num * id$
E.2	• $id - num * id$
	...



Vasakrekursioon

- Grammatika on vasakrekursiivne, kui leidub mitteterminal $A \in N$ selline, et

$$A \Longrightarrow^{+} A\,\alpha,$$

  kus $\alpha \in V^{\star}$.
- Vasakrekursioon on vahetu, kui leidub reegel kujul $A \to A\,\alpha$.
- Vastasel korral on vasakrekursioon kaudne.

Vasakrekursiooni elimineerimine

Vahetu vasakrekursiooni eemaldamine:

- Toome sisse uue mitteterminali ning asendame vasakrekursiooni paremrekursiooniga

$$A \rightarrow A\,\alpha \mid \beta \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{lll} A & \rightarrow & \beta\,A' \\ A' & \rightarrow & \alpha\,A' \mid \varepsilon \end{array}$$

- Üldjuhul

$$A \rightarrow A\,\alpha_1 \mid A\,\alpha_2 \mid \ldots \mid \beta_1 \mid \beta_2 \mid \ldots$$

$$\longrightarrow \quad \begin{array}{lll} A & \rightarrow & \beta_1\,A' \mid \beta_2\,A' \mid \ldots \\ A' & \rightarrow & \alpha_2\,A' \mid \alpha_2\,A' \mid \ldots \mid \varepsilon \end{array}$$

Vasakrekursiooni elimineerimine

Näide:

$$
\begin{array}{lcl}
E & \rightarrow & E + T \\
 & | & E - T \\
 & | & T
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lcl}
T & \rightarrow & T * F \\
 & | & T \,/\, F \\
 & | & F
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lcl}
E & \rightarrow & T\,E' \\
E' & \rightarrow & +\,T\,E' \\
 & | & -\,T\,E' \\
 & | & \varepsilon
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lcl}
T & \rightarrow & F\,T' \\
T' & \rightarrow & *\,F\,T' \\
 & | & /\,F\,T' \\
 & | & \varepsilon
\end{array}
$$

- Uus grammatika genereerib sama keele, kuid on natuke vähem intuitiivne.
- Mõlemates grammatikates on operaatorid vasakassotsiatiivsed.

Vasakrekursiooni elimineerimine

Kaudse vasakrekursiooni eemaldamine:

- Näide:

$$\begin{aligned} A_1 &\rightarrow A_2\ \alpha \mid \beta \\ A_2 &\rightarrow A_1\ \gamma \mid A_2\ \delta \end{aligned}$$

- Teisendame kaudse vasakrekursiooni vahetuks.
- Asendame mitteterminali A_2 reeglite paremates pooltes kõik A_1 esinemised tema definitsiooniga:

$$\begin{aligned} A_1 &\rightarrow A_2\ \alpha \mid \beta \\ A_2 &\rightarrow A_2\ \alpha\gamma \mid \beta\gamma \mid A_2\ \delta \end{aligned}$$

- Eemaldame vahetu vasakrekursiooni:

$$\begin{aligned} A_1 &\rightarrow A_2\ \alpha \mid \beta \\ A_2 &\rightarrow \beta\ \gamma\ A_2' \\ A_2' &\rightarrow \alpha\ \gamma\ A_2' \mid \delta\ A_2' \mid \varepsilon \end{aligned}$$

Vasakrekursiooni elimineerimine

Üldine algoritm kaudse vasakrekursiooni eemaldamiseks:

Järjestame mitteterminalid mingisse järjekorda $A_1, \ldots, A_n$

for $i \leftarrow 1$ **to** n

for $j \leftarrow 1$ **to** $i - 1$

Asendame iga produktsiooni kujul $A_i \rightarrow A_j\ \alpha$ produktsioonidega $A_i \rightarrow \beta_1\ \alpha \mid \beta_2\ \alpha \mid \ldots \mid \beta_k\ \alpha$, kus $A_j \rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \ldots \mid \beta_k$ on kõik A_j produktsioonid

Eemaldame vahetu vasakrekursiooni mitteterminali A_i produktsioonidest

NB! Eeldab, et algses grammatikas pole ei ε-produktsioone, ega tsükleid (so. $A_i \Longrightarrow^+ A_i$).

Vasakrekursiooni elimineerimine

Näide:

$$
\begin{array}{lcl}
A & \to & C\,\alpha \mid A\,\alpha \\
B & \to & A\,\beta \mid \gamma \\
C & \to & B\,\delta \mid \varphi
\end{array}
\quad\longrightarrow\quad
\begin{array}{lcl}
A & \to & C\,\alpha\,A' \\
B & \to & A\,\beta \mid \gamma \\
C & \to & B\,\delta \mid \varphi \\
A' & \to & \alpha\,A' \mid \varepsilon
\end{array}
$$

$$
\longrightarrow\quad
\begin{array}{lcl}
A & \to & C\,\alpha\,A' \\
B & \to & C\,\alpha\,A'\,\beta \mid \gamma \\
C & \to & B\,\delta \mid \varphi \\
A' & \to & \alpha\,A' \mid \varepsilon
\end{array}
\quad\longrightarrow\quad
\begin{array}{lcl}
A & \to & C\,\alpha\,A' \\
B & \to & C\,\alpha\,A'\,\beta \mid \gamma \\
C & \to & C\,\alpha\,A'\,\beta\,\delta \mid \gamma\,\delta \mid \varphi \\
A' & \to & \alpha\,A' \mid \varepsilon
\end{array}
$$

$$
\longrightarrow\quad
\begin{array}{lcl}
A & \to & C\,\alpha\,A' \\
B & \to & C\,\alpha\,A'\,\beta \mid \gamma \\
C & \to & \alpha\,A'\,\beta\,\delta\,C' \\
A' & \to & \alpha\,A' \mid \varepsilon \\
C' & \to & \gamma\,\delta\,C' \mid \varphi\,C' \mid \varepsilon
\end{array}
\quad\longrightarrow\quad
\begin{array}{lcl}
A & \to & C\,\alpha\,A' \\
C & \to & \alpha\,A'\,\beta\,\delta\,C' \\
A' & \to & \alpha\,A' \mid \varepsilon \\
C' & \to & \gamma\,\delta\,C' \mid \varphi\,C' \mid \varepsilon
\end{array}
$$

Ennustav parsimine

- Vale produktsioonireegli valimine põhjustab tagasipöördumise.
- Tihti on võimalik valitava reegli õigsuse üle otsustada mingi arvu sisendsümbolite ettevaatamise teel.
- Üldjuhul on tarvis ette vaadata piiramata arv sümboleid.
  - Näit.: Cocke-Younger-Kasami või Earley algoritmid.
- Ennustav parsimine (predictive parsing) on ülalt-alla parsimine, kus alati on võimalik ige reegel valida nii, et pole vaja tagasipöörduda.
  - Grammatika peab olema selline, et järgmine sisendsümbol (või mingi fikseeritud arv sümboleid) määrab unikaalselt ära valitava reegli.

Ennustav parsimine

- Iga lausevormi $\alpha \in (N \cup T)^\star$ jaoks defineerime hulga:

$$\begin{aligned} \mathit{first}(\alpha) &= \{a \in T \mid \alpha \Longrightarrow^\star a\,\beta\} \\ &\quad \cup \{\varepsilon \mid \alpha \Longrightarrow^\star \varepsilon\} \end{aligned}$$

  kus $\beta \in (N \cup T)^\star$.

- Iga mitteterminali $A \in N$ jaoks defineerime hulga:

$$\begin{aligned} \mathit{follow}(A) &= \{a \in T \mid S \Longrightarrow^\star \alpha\,A\,a\,\beta\} \\ &\quad \cup \{\$ \mid S \Longrightarrow^\star \alpha\,A\} \end{aligned}$$

  kus $\alpha, \beta \in (N \cup T)^\star$ ja \$ on spetsiaalne sisendilõpu marker.

Ennustav parsimine

Näide:

$$
\begin{array}{lcl}
S & \to & A\,B\,C \\
A & \to & a\,A \mid \varepsilon
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lcl}
B & \to & b \mid \varepsilon \\
C & \to & c \mid d
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lcl}
\mathit{first}(C) & = & \{c, d\} \\
\mathit{first}(B) & = & \{b, \varepsilon\} \\
\mathit{first}(A) & = & \{a, \varepsilon\} \\
\mathit{first}(S) & = & \mathit{first}(A\,B\,C) \\
 & = & (\mathit{first}(A) \setminus \{\varepsilon\}) \\
 & & \cup\, (\mathit{first}(B) \setminus \{\varepsilon\}) \\
 & & \cup\, \mathit{first}(C) \\
 & = & \{a, b, c, d\}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{lcl}
\mathit{follow}(C) & = & \{\$\} \\
\mathit{follow}(B) & = & \mathit{first}(C) \\
 & = & \{c, d\} \\
\mathit{follow}(A) & = & (\mathit{first}(B) \setminus \{\varepsilon\}) \\
 & & \cup\, \mathit{first}(C) \\
 & = & \{b, c, d\}
\end{array}
$$

Ennustav parsimine

- Kui grammatikas on reeglid $A \to \alpha$ ja $A \to \beta$ sellised, et $first(\alpha) \cap first(\beta) = \emptyset$, siis on esimese sisendsümboli põhjal võimalik otsustada kumba reeglit valida.
- NB! Kehtib ainult juhul, kui $\varepsilon \notin \{first(\alpha) \cup first(\beta)\}$.
- Vastasel korral tuleb vaadelda ka hulka $follow(A)$.
- Defineerime iga reegli $A \to \alpha$ jaoks hulga:

$$first^+(\alpha) = \begin{cases} (first(\alpha) \setminus \{\varepsilon\}) \cup follow(A), & \text{kui } \varepsilon \in first(\alpha) \\ first(\alpha), & \text{kui } \varepsilon \notin first(\alpha) \end{cases}$$

- Grammatika on LL(1), kui iga (paarikaupa erineva) produktsioonireegli $A \to \alpha$ ja $A \to \beta$ korral

$$first^+(\alpha) \cap first^+(\beta) = \emptyset$$

Ennustav parsimine

- NB! LL(1) grammatika ei saa olla ei vasakrekursiivne ega mitmene!
- Näide:

$$S \rightarrow S\,a \mid \beta$$

- Kui $\beta \neq \varepsilon$
  - Siis $first(\beta) \subseteq first(S) = first(S\,a)$
  - Seega $first^+(S\,a) \cap first^+(\beta) \neq \emptyset$
- Kui $\beta = \varepsilon$
  - Siis $a \in first(S\,a)$ ja $a \in follow(S) = \{a, \$\}$
  - Seega $first^+(S\,a) \cap first^+(\beta) \neq \emptyset$

Ennustav parsimine

- Paljusid grammatikaid on võimalik teisendada LL(1) kujule kasutades:
  - vasakrekursiooni elimineerimist;
  - vasakfaktoriseerimist;
  - halvimal juhul üldistame natuke grammatikat (ning kontrollime eemaldatud kitsendusi pärast parsimist).
- Vasakfaktoriseerimine (left factoring) asendab ühise prefiksiga reeglid uute reeglitega, kus ühine prefiks on ainult ühes parempooles.
- Näide:

$$\begin{array}{lcl} A & \rightarrow & B\,a\,C\,D \\ & | & B\,a\,C\,E \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{lcl} A & \rightarrow & B\,a\,C\,Z \\ Z & \rightarrow & D \\ & | & E \end{array}$$

Ennustav parsimine

Vasakfaktoriseerimise algoritm:

1. Iga mitteterminali $A \in N$ korral leiame pikima prefixi α, mis esineb kahes või rohkemas A produktsioonireegli parempooles.
2. Kui $\alpha \neq \varepsilon$, siis asendame kõik A produktsioonid

$$A \rightarrow \alpha\,\beta_1 \mid \alpha\,\beta_2 \mid \ldots \mid \alpha\,\beta_n \mid \gamma$$

produktsioonidega

$$\begin{aligned} A &\rightarrow \alpha\,Z \mid \gamma \\ Z &\rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \ldots \mid \beta_n \end{aligned}$$

kus $Z \in N$ on uus mitteterminal.

3. Kordame protsessi, kuni ükski parempool ei oma ühist prefiksit.

Ennustav parsimine

- Rekursiivselt laskuv (recursive descent) parsimine on ennustava parsimise meetod, kus:
  - iga mitteterminali kohta realiseeritakse üks protseduur, mis tunneb ära sellele mitteterminalile vastavad lausevormid;
  - iga protseduur valib sõltuvalt sisendist reegli ning kutsub (rekursiivselt) välja reegli paremas pooles asuvatele mitteterminalidele vastavad protseduurid.
- Rekursiivselt laskuv parsimine on levinuim meetod (lihtsate keelte) parserite käsitsi kirjutamiseks.

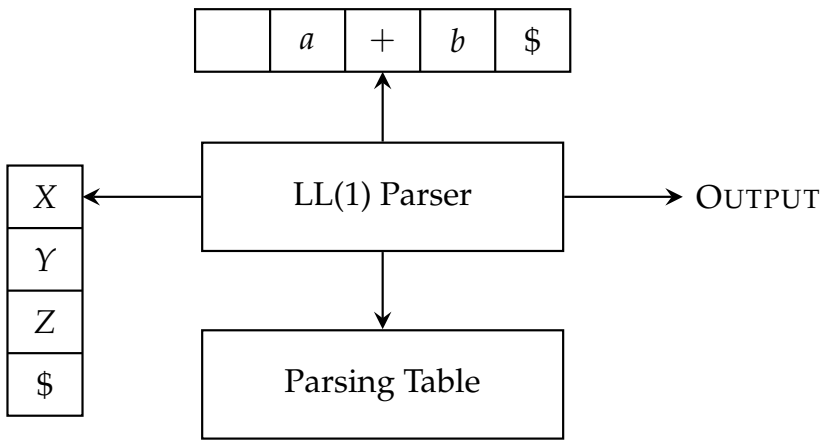
Ennustav parsimine

Näide: olgu A produktsioonireeglid $A \to a\,B \mid b\,C\,A \mid D\,E$

```
parseA() {
    if token = a then {
        token := nextWord(); parseB();
    } else if token = b then {
        token := nextWord(); parseC(); parseA();
    } else {
        parseD(); parseE();
    }
}
```

Ennustav parsimine

- Automaatselt genereeritavate LL(1) parserite korral kasutatakse tavaliselt tabeljuhitavat LL(1) parsimist:
  - moodustatakse maatriks M, kus read ja veerud on vastavalt indekseeritud mitteterminalide ja terminalidega;
  - tabeli pesades on produktsioonireeglid, mida antud mitteterminali ja sisendsümboli korral valida.
- Tabeljuhitava LL(1) parseri struktuur:



Ennustav parsimine

LL(1) parsimise algoritm:

$push(\$);\ push(S);$
$token := nextWord();$
while $stack \neq empty$ **do** $\{$
  $A := pop();$
  if $A \in N$ **then** $\{$
    if $M[A, token] = B_1 \ldots B_n$ **then** $\{$
      $push(B_n); \ldots; push(B_1);$
    $\}$ **else** $error();$
  $\}$ **else if** $A = token$ **then** $\{$
    $token := nextWord();\ pop();$
  $\}$ **else** $error();$
$\}$

Shift-reduce parsimine

Shift-reduce parsimine on üldine meetod alt-üles süntaksanalüüsiks:

- puu konstrueerimine toimub lehtedest juure suunas eesmärgiga "taandada" sisendstring alsümboliks;
- parsimise ajal on korraga terve mets puid, mis vastavad erinavatele, juba äratuntud, alamstringidele;
- kaks baasaktsiooni:
  - shift loeb uue sisendsümboli;
  - reduce taandab mingi produktsioonireegli parempoolele vastava (juba loetud/taandatud sisendsümbolite ja mitteterminalide) jada reegli vasakpoolel olevaks mitteterminaliks;
- konstruktsioon vastab paremderivatsioonile.

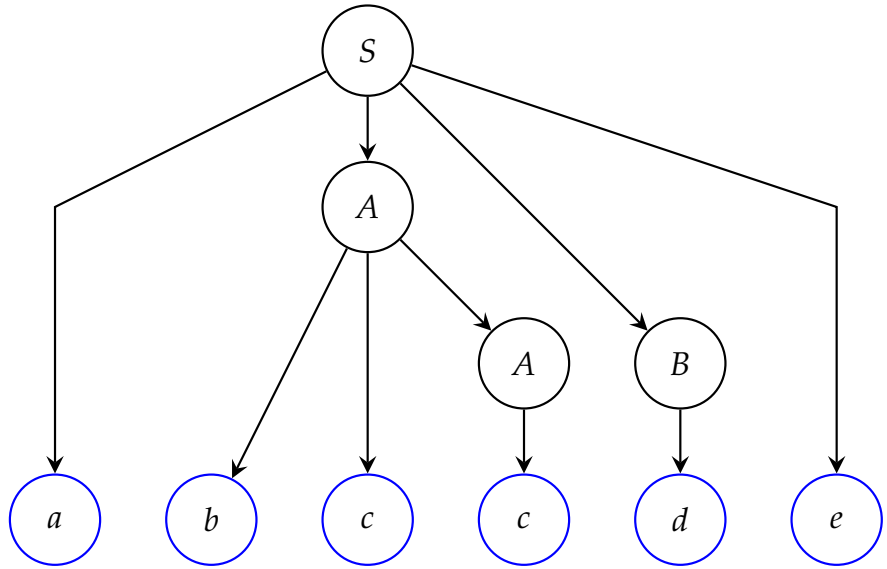
Shift-reduce parsimine

Näide:

$$
\begin{array}{lcl}
S & \rightarrow & a\,A\,B\,e \\
A & \rightarrow & b\,c\,A \mid c \\
B & \rightarrow & d
\end{array}
$$

shift
shift
shift
shift
reduce $A \rightarrow c$
reduce $A \rightarrow b\,c\,A$
shift
reduce $B \rightarrow d$
shift
reduce $S \rightarrow a\,A\,B\,e$

Input String:



$$
\begin{array}{lllll}
S & \Longrightarrow_{rm} & a\,A\,B\,e & \Longrightarrow_{rm} & a\,A\,d\,e \\
 & \Longrightarrow_{rm} & a\,b\,c\,A\,d\,e & \Longrightarrow_{rm} & a\,b\,c\,c\,d\,e
\end{array}
$$

Shift-reduce parsimine

- Lausevormi nimetatakse paremlausevormiks (right-sentential form), kui ta on tuletatav paremderivatsiooni abil.
- Paremlausevormi γ pide (handle) on alamstring β, selline et $S \Longrightarrow_{rm}^{\star} \delta A w \Longrightarrow_{rm} \delta \beta w = \gamma$, kus $\beta, \gamma, \delta \in V^{\star}$ ja $w \in T^{\star}$.
- Näide: olgu antud grammatika

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & a\,A\,B\,e \\ A & \rightarrow & b\,c\,A \mid c \\ B & \rightarrow & d \end{array}$$

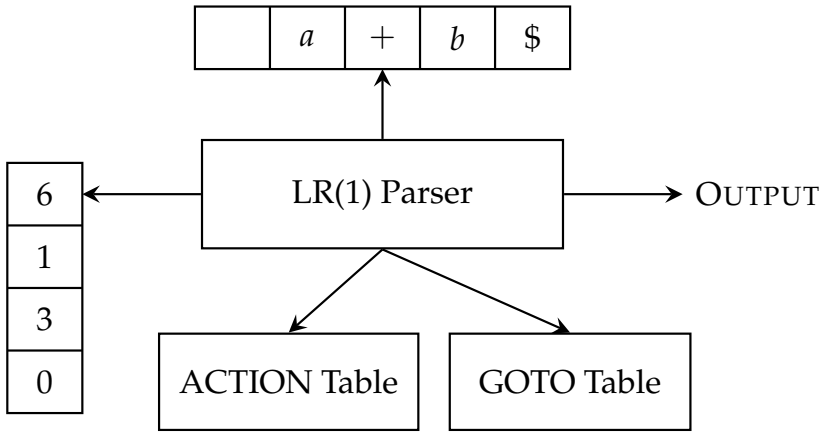
  ja paremderivatsioon

$$S \Longrightarrow_{rm} a\,A\,B\,e \Longrightarrow_{rm} a\,A\,d\,e \Longrightarrow_{rm} a\,b\,c\,A\,d\,e$$

  Paremlausevormi *abcAde* pide on *bcA*.
- Ühese grammatika korral on paremderivatsioon, ja seega ka pidemed, unikaalsed.

Shift-reduce parsimine

LR(1) parseri struktuur:



Shift-reduce parsimine

LR(1) parseri skelett:

$push(\text{Invalid});\ push(s_0);\ found := \texttt{false};$
$token := nextWord();$
while $found \neq \texttt{true}$ **do** {
  $s := top();$
  if $ACTION[s, token] = \textbf{reduce}(A \rightarrow \beta)$ **then**
    $pop(2 * |\beta|);$
  $s := top();\ push(A);\ push(GOTO[s, A]);$
  else if $ACTION[s, token] = \textbf{shift}(s_i)$ **then**
    $push(token);\ push(s_i);$
    $token := nextWord();$
  else if $ACTION[s, token] = \textbf{accept}\ \&\ token = \$$ **then**
    $found := \texttt{true};$
  else report error;
}
report success;

Shift-reduce parsimine

- LR(k)-element (LR(k)-item) on paar $[A \to \alpha \cdot \beta,\ w]$, kus $A \to \alpha\beta$ on kontekstivaba grammatika produktsioonireegel ning $w \in T^\star$ on sõna pikkusega $|w| \leq k$.
- Element $[A \to \cdot\beta\gamma,\ w]$ tähendab, et seni nähtud sisend on kooskõlas reegli $A \to \beta\gamma$ rakendamisega koheselt peale magasini tipus olevat sümbolit.
- Element $[A \to \beta \cdot \gamma,\ w]$ tähendab, et seni nähtud sisend on kooskõlas reegli $A \to \beta\gamma$ rakendamisega ja parser on juba ära tundnud β.
- Element $[A \to \beta\gamma\cdot,\ w]$ tähendab, et parser on ära tundnud $\beta\gamma$ ja ettevaatamisstring w on kooskõlas selle redutseerimisega mitteterminaliks A.

Shift-reduce parsimine

- Näide: olgu antud grammatika

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & a\,A\,c \\ A & \rightarrow & A\,b \mid \varepsilon \end{array}$$

Tema LR(k)-elemendid ettevaatamisstringi w jaoks on:

$$\begin{array}{ll} [S \rightarrow \cdot\, a\,A\,c,\ w] & [A \rightarrow \cdot\, A\,b,\ w] \\ [S \rightarrow a \cdot A\,c,\ w] & [A \rightarrow A \cdot b,\ w] \\ [S \rightarrow a\,A \cdot c,\ w] & [A \rightarrow A\,b \cdot,\ w] \\ [S \rightarrow a\,A\,c \cdot,\ w] & [A \rightarrow \cdot,\ w] \end{array}$$

- NB! Iga kontekstivaba grammatika LR(k)-elementide hulk on lõplik.

Shift-reduce parsimine

LR(1)-elementide sulundi leidmine

- Funktsioon $Closure(\mathcal{S})$ lisab LR(1)-elementide hulka $\mathcal{S}$ need elemendid mis järelduvad seal juba olevatest.
  - Elemendist $[A \to \beta \cdot B\delta,\ a]$ järeldub iga reegli $B \to \tau$ ja iga sümboli $x \in first(\delta)$ jaoks element $[B \to \cdot\tau,\ x]$.
- Algoritm:

$Closure(\mathcal{S})$ {
  while ($\mathcal{S}$ is still changing) **do** {
    $\forall [A \to \beta \cdot B\delta,\ a] \in \mathcal{S}$
      $\forall B \to \tau \in P$
        $\forall b \in first(\delta a)$
          if $[B \to \cdot\tau,\ b] \notin \mathcal{S}$ **then**
            $\mathcal{S} := \mathcal{S} \cup \{[B \to \cdot\tau,\ b]\}$
  }
}

- Algoritmi termineerumine on garanteeritud, kuna elementide hulk on lõplik.

Shift-reduce parsimine

- Funktsioon $Goto(s, X)$, kus s on LR(1) parseri olek (elementide hulk) ja $X \in V$, leiab oleku kuhu parser, olles olekus s, satub pärast sümboli X äratundmist:

  $$Goto(s, X) = Closure(\{[A \to \beta X \cdot \delta,\ a] \mid [A \to \beta \cdot X\delta,\ a] \in s\})$$

- Kanoonlise hulga konstrueerimine:

  $s_0 := Closure(\{[S' \to \cdot S,\ \$]\})$;
  $\mathcal{S} := \{s_0\}$; $\Delta := \emptyset$; $k := 1$;
  while ($\mathcal{S}$ is still changing) **do** {
  $\forall s_j \in \mathcal{S},\ x \in V$
  $s_k := Goto(s_j, x)$;
  $\Delta := \Delta \cup \{(s_j, x) \mapsto s_k\}$;
  if $s_k \notin \mathcal{S}$ **then**
  $\mathcal{S} := \mathcal{S} \cup \{s_k\}$; $k := k + 1$;
  }

Shift-reduce parsimine

Näide:

$$
\begin{array}{lcl}
S & \rightarrow & E \\
E & \rightarrow & T - E \mid T \\
T & \rightarrow & F * T \mid F \\
F & \rightarrow & n
\end{array}
$$

Symbol	*first*
S	$\{n\}$
E	$\{n\}$
T	$\{n\}$
F	$\{n\}$
$-$	$\{-\}$
$*$	$\{*\}$
n	$\{n\}$

Algolek:

$$
\begin{array}{lcll}
s_0 & = & & \mathit{Closure}(\{[S \rightarrow \cdot E,\ \$]\}) \\
 & = & \{ & [S \rightarrow \cdot E,\ \$],\ [E \rightarrow \cdot T - E,\ \$],\ [E \rightarrow \cdot T,\ \$], \\
 & & & [T \rightarrow \cdot F * T,\ \$],\ [T \rightarrow \cdot F * T,\ -],\ [T \rightarrow \cdot F,\ \$], \\
 & & & [T \rightarrow \cdot F,\ -],\ [F \rightarrow \cdot n,\ \$],[F \rightarrow \cdot n,\ -],\ [F \rightarrow \cdot n,\ *] \quad \}
\end{array}
$$

Shift-reduce parsimine

1. iteratsioon:

$$
\begin{array}{lcll}
s_1 & = & & Goto(s_0, E) \\
 & = & \{ & [S \rightarrow E\cdot,\ \$] \quad \} \\
s_2 & = & & Goto(s_0, T) \\
 & = & \{ & [E \rightarrow T \cdot -E,\ \$],\ [E \rightarrow T\cdot,\ \$] \quad \} \\
s_3 & = & & Goto(s_0, F) \\
 & = & \{ & [T \rightarrow F \cdot *T,\ \$],\ [T \rightarrow F \cdot *T,\ -], \\
 & & & [T \rightarrow F\cdot,\ \$],\ [T \rightarrow F\cdot,\ -] \quad \} \\
s_4 & = & & Goto(s_0, n) \\
 & = & \{ & [F \rightarrow n\cdot,\ \$],\ [F \rightarrow n\cdot,\ -],\ [F \rightarrow n\cdot,\ *] \quad \}
\end{array}
$$

Shift-reduce parsimine

2. iteratsioon:

$$
\begin{array}{lcll}
s_5 & = & & Goto(s_2, -) \\
 & = & \{ & [E \to T - \cdot E,\ \$],\ [E \to \cdot T - E,\ \$],\ [E \to \cdot T,\ \$], \\
 & & & [T \to \cdot F * T,\ -],\ [T \to \cdot F,\ -], \\
 & & & [T \to \cdot F * T,\ \$],\ [T \to \cdot F,\ \$], \\
 & & & [F \to \cdot n,\ *],\ [F \to \cdot n,\ -],\ [F \to \cdot n,\ \$] \quad \} \\
s_6 & = & & Goto(s_3, *) \\
 & = & \{ & [T \to F * \cdot T,\ \$],\ [T \to F * \cdot T,\ -], \\
 & & & [T \to \cdot F * T,\ \$],\ [T \to \cdot F * T,\ -], \\
 & & & [T \to \cdot R,\ \$],\ [T \to \cdot F,\ -], \\
 & & & [F \to \cdot n,\ \$],\ [F \to \cdot n,\ -],\ [F \to \cdot n,\ *] \quad \}
\end{array}
$$

3. iteratsioon:

$$
\begin{array}{lcll}
s_7 & = & & Goto(s_5, E) \\
 & = & \{ & [E \to T - E\cdot,\ \$] \quad \} \\
s_8 & = & & Goto(s_6, T) \\
 & = & \{ & [T \to F * T\cdot,\ \$],\ [T \to F * T\cdot,\ -] \quad \}
\end{array}
$$

Shift-reduce parsimine

Üleminekurelatsioon Δ

State	E	T	F	$-$	$*$	n
0	1	2	3			4
1						
2				5		
3					6	
4						
5	7	2	3			4
6		8	3			4
7						
8						

Shift-reduce parsimine

LR(1)-tabelite genereerimine:

$\forall s_x \in \mathcal{S}$
  $\forall i \in s_x$
    if $i = [A \rightarrow \alpha \cdot a\beta,\ b], \Delta(s_x, a) = s_k,\ a \in T$ **then**
      $ACTION[x, a] :=$ **shift**(k);
    else if $i = [S' \rightarrow S\cdot,\ \$]$ **then**
      $ACTION[x, a] :=$ **accept**;
    else if $i = [A \rightarrow \beta\cdot,\ a]$ **then**
      $ACTION[x, a] :=$ **reduce**$(A \rightarrow \beta)$;
  $\forall A \in N$
    if $\Delta(s_x, A) = s_k$ **then**
      $GOTO[x, A] := k$;

Shift-reduce parsimine

LR(1)-tabelid näitegrammatikale:

	ACTION				*GOTO*		
	n	$-$	$*$	\$	E	T	F
0	**shift**(4)				1	2	3
1				**accept**			
2		**shift**(5)		**reduce**(3)			
3		**reduce**(5)	**shift**(6)	**reduce**(5)			
4		**reduce**(6)	**reduce**(6)	**reduce**(6)			
5	**shift**(4)				7	2	3
6	**shift**(4)					8	3
7				**reduce**(2)			
8		**reduce**(4)		**reduce**(4)			