

# Analüütiline geomeetria

Praktikumi teema: Sirge võrrandid

Tartu Ülikool

# Teoreetiline sissejuhatus

Sirge **parameetriline võrrand**

$$\begin{aligned}x &= x_0 + s_1 t, \quad y = y_0 + s_2 t, \quad z = z_0 + s_3 t, \\ \vec{r}(t) &= (x_0 + s_1 t, y_0 + s_2 t, z_0 + s_3 t),\end{aligned}$$

kus  $x_0, y_0, z_0$  on sirge punkti koordinaadid ja  $\vec{s} = (s_1, s_2, s_3)$  on sirge sihivektori koordinaadid. Sirge **kanooniline võrrand**

$$\frac{x - x_0}{s_1} = \frac{y - y_0}{s_2} = \frac{z - z_0}{s_3}.$$

Kauguse  $d$  punktist  $P$  sirgeni, mis läbib punkti  $A$  ja sirge sihivektor on  $\vec{s}$ , arvutame järgmiselt

$$d = \frac{|\vec{s} \times \vec{AP}|}{|\vec{s}|}.$$

1 Koostada sirge kanooniline võrrand, kui sirge läbib kahte punkti

- $A(1, -2, 1), B(3, 1, -1)$ ;
- $A(3, -1, 0), B(1, 0, -3)$ .

1 Koostada sirge kanooniline võrrand, kui sirge läbib kahte punkti

- $A(1, -2, 1), B(3, 1, -1)$ ;
- $A(3, -1, 0), B(1, 0, -3)$ .

2 Koostada sirge parameetriline võrrand, kui sirge läbib punkti  $P(1, -1, -3)$  ja ta on paralleelne

- vektoriga  $\vec{s} = (2, -3, 4)$ ;
- sirgega  $\frac{x-1}{2} = \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{0}$ ;
- sirgega  $x = 3t - 1, y = -2t + 3, z = 5t + 2$ .

- 1 Koostada sirge kanooniline võrrand, kui sirge läbib kahte punkti
  - $A(1, -2, 1), B(3, 1, -1)$ ;
  - $A(3, -1, 0), B(1, 0, -3)$ .
- 2 Koostada sirge parameetriline võrrand, kui sirge läbib punkti  $P(1, -1, -3)$  ja ta on paralleelne
  - vektoriga  $\vec{s} = (2, -3, 4)$ ;
  - sirgega  $\frac{x-1}{2} = \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{0}$ ;
  - sirgega  $x = 3t - 1, y = -2t + 3, z = 5t + 2$ .
- 3 Kolmnurga tipud on  $A(3, 6, -7), B(-5, 2, 3), C(4, -7, -2)$ . Koostada tipust  $C$  küljele  $AB$  tõmmatud mediaani parameetriline võrrand.

- Kolmnurga tipud on  $A(1, -2, -4)$ ,  $B(3, 1, -3)$ ,  $C(5, 1, -7)$ . Koostada tipust  $B$  vastasküljele  $AC$  tõmmatud kõrguse parameetiline võrrand.
- Leida punkti  $P(2, 3, -1)$  kaugus sirgeni
  - ◇  $\vec{r} = (t + 1, t + 2, 4t + 13)$ ,

- Kolmnurga tipud on  $A(1, -2, -4)$ ,  $B(3, 1, -3)$ ,  $C(5, 1, -7)$ . Koostada tipust  $B$  vastasküljele  $AC$  tõmmatud kõrguse parameetiline võrrand.
- Leida punkti  $P(2, 3, -1)$  kaugus sirgeni
  - ◇  $\vec{r} = (t + 1, t + 2, 4t + 13)$ , **Vastus:** 6

- Kolmnurga tipud on  $A(1, -2, -4)$ ,  $B(3, 1, -3)$ ,  $C(5, 1, -7)$ . Koostada tipust  $B$  vastasküljele  $AC$  tõmmatud kõrguse parameetiline võrrand.
- Leida punkti  $P(2, 3, -1)$  kaugus sirgeni
  - ◇  $\vec{r} = (t + 1, t + 2, 4t + 13)$ , **Vastus:** 6
  - ◇  $\frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+25}{-2}$ .



- Kolmnurga tipud on  $A(1, -2, -4)$ ,  $B(3, 1, -3)$ ,  $C(5, 1, -7)$ . Koostada tipust  $B$  vastasküljele  $AC$  tõmmatud kõrguse parameetiline võrrand.
- Leida punkti  $P(2, 3, -1)$  kaugus sirgeni
  - ◇  $\vec{r} = (t + 1, t + 2, 4t + 13)$ , **Vastus:** 6
  - ◇  $\frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+25}{-2}$ . **Vastus:** 21.

- Kolmnurga tipud on  $A(1, -2, -4)$ ,  $B(3, 1, -3)$ ,  $C(5, 1, -7)$ . Koostada tipust  $B$  vastasküljele  $AC$  tõmmatud kõrguse parameetiline võrrand.
- Leida punkti  $P(2, 3, -1)$  kaugus sirgeni
  - ◇  $\vec{r} = (t + 1, t + 2, 4t + 13)$ , **Vastus:** 6
  - ◇  $\frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+25}{-2}$ . **Vastus:** 21.
- On antud sirgete võrrandid

$$\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}, \quad \frac{x-3}{m} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-7}{2}.$$

Millise  $m$  korral sirged lõikuvad?

- Kolmnurga tipud on  $A(1, -2, -4)$ ,  $B(3, 1, -3)$ ,  $C(5, 1, -7)$ . Koostada tipust  $B$  vastasküljele  $AC$  tõmmatud kõrguse parameetiline võrrand.
- Leida punkti  $P(2, 3, -1)$  kaugus sirgeni
  - ◇  $\vec{r} = (t + 1, t + 2, 4t + 13)$ , **Vastus:** 6
  - ◇  $\frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+25}{-2}$ . **Vastus:** 21.
- On antud sirgete võrrandid

$$\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}, \quad \frac{x-3}{m} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-7}{2}.$$

Millise  $m$  korral sirged lõikuvad? **Vastus:**  $m = 3$

- Koostada sirge võrrand, kui sirge läbib punkti  $A(-1, 2, -3)$ , ta on risti vektoriga  $\vec{n} = (6, -2, -3)$  ja lõikab sirget

$$\frac{x - 1}{3} = \frac{y + 1}{2} = \frac{z - 3}{-5}.$$

- Koostada sirge võrrand, kui sirge läbib punkti  $A(-1, 2, -3)$ , ta on risti vektoriga  $\vec{n} = (6, -2, -3)$  ja lõikab sirget

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-5}.$$

**Vastus:**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{6}$

- On antud kaks sirget

$$L_1 : \vec{r}(t) = (3t-7, -2t+4, 3t+4), \quad L_2 : \vec{r}(t) = (t+1, 2t-9, -t-12)$$

Leida sirgete  $L_1, L_2$  ühise ristsirge parameetriline võrrand.

- Koostada sirge võrrand, kui sirge läbib punkti  $A(-1, 2, -3)$ , ta on risti vektoriga  $\vec{n} = (6, -2, -3)$  ja lõikab sirget

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-5}.$$

**Vastus:**  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{6}$

- On antud kaks sirget

$$L_1 : \vec{r}(t) = (3t-7, -2t+4, 3t+4), \quad L_2 : \vec{r}(t) = (t+1, 2t-9, -t-12)$$

Leida sirgete  $L_1, L_2$  ühise ristsirge parameetriline võrrand.

**Vastus:**  $\vec{r} = (2t - 5, -3t + 1, -4t)$ .