Praktikum, vektorkorrutis

Praktikum, vektorkorrutis

Kahe vektori $\vec{r}, \vec{s}$ vektorkorrutis $\vec{r} \times \vec{s}$ on **vektor**, mis määratakse tingimustega

1. $|\vec{r} \times \vec{s}| = |\vec{r}||\vec{s}| \sin \angle(\vec{r}, \vec{s})$,
2. $\vec{r} \times \vec{s} \perp \vec{r},\ \vec{r} \times \vec{s} \perp \vec{s}$,
3. $\{\vec{r}, \vec{s}, \vec{r} \times \vec{s}\}$ on parema käe kolmik.

Ruumis on antud ortonormeeritud baas $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$. On antud kahe vektori koordinaadid

$$\begin{aligned} \vec{r} &= x_1\,\vec{e}_1 + x_2\,\vec{e}_2 + x_3\,\vec{e}_3 = (x_1, x_2, x_3), \\ \vec{s} &= y_1\,\vec{e}_1 + y_2\,\vec{e}_2 + y_3\,\vec{e}_3 = (y_1, y_2, y_3). \end{aligned}$$

Praktikum, vektorkorrutis

Kahe vektori $\vec{r}, \vec{s}$ vektorkorrutis $\vec{r} \times \vec{s}$ on **vektor**, mis määratakse tingimustega

$$
\begin{array}{ll}
1. & |\vec{r} \times \vec{s}| = |\vec{r}||\vec{s}| \sin \angle(\vec{r}, \vec{s}), \\
2. & \vec{r} \times \vec{s} \perp \vec{r},\ \vec{r} \times \vec{s} \perp \vec{s}, \\
3. & \{\vec{r}, \vec{s}, \vec{r} \times \vec{s}\} \text{ on parema käe kolmik.}
\end{array}
$$

Ruumis on antud ortonormeeritud baas $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$. On antud kahe vektori koordinaadid

$$
\begin{aligned}
\vec{r} &= x_1\, \vec{e}_1 + x_2\, \vec{e}_2 + x_3\, \vec{e}_3 = (x_1, x_2, x_3), \\
\vec{s} &= y_1\, \vec{e}_1 + y_2\, \vec{e}_2 + y_3\, \vec{e}_3 = (y_1, y_2, y_3).
\end{aligned}
$$

Vektorite vektorkorrutise koordinaadid arvutame järgmiselt

$$
\vec{r} \times \vec{s} = \left(\begin{vmatrix} x_2 & x_3 \\ y_2 & y_3 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} x_1 & x_3 \\ y_1 & y_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix} \right).
$$

Ülesanded

- Vektorid $\vec{r}, \vec{s}, \vec{t}$ rahuldavad tingimust $\vec{r} + \vec{s} + \vec{t} = \vec{0}$. Tõestada, et kehtib
$$\vec{r} \times \vec{s} = \vec{s} \times \vec{t} = \vec{t} \times \vec{r}.$$

Ülesanded

- Vektorid $\vec{r}, \vec{s}, \vec{t}$ rahuldavad tingimust $\vec{r} + \vec{s} + \vec{t} = \vec{0}$. Tõestada, et kehtib
$$\vec{r} \times \vec{s} = \vec{s} \times \vec{t} = \vec{t} \times \vec{r}.$$
- Vektorid $\vec{r}, \vec{s}, \vec{t}, \vec{w}$ rahuldavad tingimust
$$\vec{r} \times \vec{s} = \vec{t} \times \vec{w}, \ \vec{r} \times \vec{t} = \vec{s} \times \vec{w}.$$
Kasutades vektorkorrutist näidata, et vektorid $\vec{r} - \vec{w}, \vec{s} - \vec{t}$ on kollineaarsed vektorid

Ülesanded

- Vektorid $\vec{r}, \vec{s}, \vec{t}$ rahuldavad tingimust $\vec{r}+\vec{s}+\vec{t}=\vec{0}$. Tõestada, et kehtib
$$\vec{r}\times\vec{s}=\vec{s}\times\vec{t}=\vec{t}\times\vec{r}.$$

- Vektorid $\vec{r}, \vec{s}, \vec{t}, \vec{w}$ rahuldavad tingimust
$$\vec{r}\times\vec{s}=\vec{t}\times\vec{w},\ \vec{r}\times\vec{t}=\vec{s}\times\vec{w}.$$
Kasutades vektorkorrutist näidata, et vektorid $\vec{r}-\vec{w}, \vec{s}-\vec{t}$ on kollineaarsed vektorid

- On antud vektorid $\vec{r}=(3,-1,-2), \vec{s}=(1,2,-1)$. Arvutada vektorid
$$1.\ \vec{r}\times\vec{s},\ 2.\ (2\vec{r}+\vec{s})\times\vec{s},\ 3.\ (2\vec{r}-\vec{s})\times(2\vec{r}+\vec{s}).$$

Ülesanded

- Vektorid $\vec{r}, \vec{s}, \vec{t}$ rahuldavad tingimust $\vec{r} + \vec{s} + \vec{t} = \vec{0}$. Tõestada, et kehtib
$$\vec{r} \times \vec{s} = \vec{s} \times \vec{t} = \vec{t} \times \vec{r}.$$

- Vektorid $\vec{r}, \vec{s}, \vec{t}, \vec{w}$ rahuldavad tingimust
$$\vec{r} \times \vec{s} = \vec{t} \times \vec{w}, \ \vec{r} \times \vec{t} = \vec{s} \times \vec{w}.$$
Kasutades vektorkorrutist näidata, et vektorid $\vec{r} - \vec{w}, \vec{s} - \vec{t}$ on kollineaarsed vektorid

- On antud vektorid $\vec{r} = (3, -1, -2), \vec{s} = (1, 2, -1)$. Arvutada vektorid
$$1.\ \vec{r} \times \vec{s},\ 2.\ (2\vec{r} + \vec{s}) \times \vec{s},\ 3.\ (2\vec{r} - \vec{s}) \times (2\vec{r} + \vec{s}).$$
Vastus: (5,1,7),(10,2,14),(20,4,28).

Ülesanded

- Vektorid $\vec{r}, \vec{s}, \vec{t}$ rahuldavad tingimust $\vec{r}+\vec{s}+\vec{t}=\vec{0}$. Tõestada, et kehtib
$$\vec{r}\times\vec{s}=\vec{s}\times\vec{t}=\vec{t}\times\vec{r}.$$

- Vektorid $\vec{r}, \vec{s}, \vec{t}, \vec{w}$ rahuldavad tingimust
$$\vec{r}\times\vec{s}=\vec{t}\times\vec{w},\ \vec{r}\times\vec{t}=\vec{s}\times\vec{w}.$$
Kasutades vektorkorrutist näidata, et vektorid $\vec{r}-\vec{w}, \vec{s}-\vec{t}$ on kollineaarsed vektorid

- On antud vektorid $\vec{r}=(3,-1,-2), \vec{s}=(1,2,-1)$. Arvutada vektorid
$$1.\ \vec{r}\times\vec{s},\ 2.\ (2\vec{r}+\vec{s})\times\vec{s},\ 3.\ (2\vec{r}-\vec{s})\times(2\vec{r}+\vec{s}).$$
Vastus: (5,1,7),(10,2,14),(20,4,28).

- On antud punktid $A(1,2,0), B(3,0,-3), C(5,2,6)$. Kasutades vektorkorrutist leida kolmnurga $\triangle ABC$ pindala.

Ülesanded

- Vektorid $\vec{r}, \vec{s}, \vec{t}$ rahuldavad tingimust $\vec{r} + \vec{s} + \vec{t} = \vec{0}$. Tõestada, et kehtib
$$\vec{r} \times \vec{s} = \vec{s} \times \vec{t} = \vec{t} \times \vec{r}.$$
- Vektorid $\vec{r}, \vec{s}, \vec{t}, \vec{w}$ rahuldavad tingimust
$$\vec{r} \times \vec{s} = \vec{t} \times \vec{w}, \ \vec{r} \times \vec{t} = \vec{s} \times \vec{w}.$$
Kasutades vektorkorrutist näidata, et vektorid $\vec{r} - \vec{w}, \vec{s} - \vec{t}$ on kollineaarsed vektorid
- On antud vektorid $\vec{r} = (3, -1, -2), \vec{s} = (1, 2, -1)$. Arvutada vektorid
$$1.\ \vec{r} \times \vec{s},\ 2.\ (2\vec{r} + \vec{s}) \times \vec{s},\ 3.\ (2\vec{r} - \vec{s}) \times (2\vec{r} + \vec{s}).$$
Vastus: (5,1,7),(10,2,14),(20,4,28).
- On antud punktid $A(1, 2, 0), B(3, 0, -3), C(5, 2, 6)$. Kasutades vektorkorrutist leida kolmnurga $\triangle ABC$ pindala. Vastus: 14.

Ülesanded

- On antud kolm vektorit $\vec{r} = (2, -3, 1), \vec{s} = (1, -2, 3), \vec{t} = (1, 2, -7)$. Kasutades vektorkorrutist leida vektor $\vec{x}$, mis rahuldab tingimusi

$$\vec{x} \perp \vec{r},\ \vec{x} \perp \vec{s},\ < \vec{x}, \vec{t} >= 10.$$

Ülesanded

- On antud kolm vektorit $\vec{r} = (2, -3, 1), \vec{s} = (1, -2, 3), \vec{t} = (1, 2, -7)$. Kasutades vektorkorrutist leida vektor $\vec{x}$, mis rahuldab tingimusi

$$\vec{x} \perp \vec{r},\ \vec{x} \perp \vec{s},\ < \vec{x}, \vec{t} >= 10.$$

Vastus: $\vec{x} = (7, 5, 1).$

Ülesanded

- On antud kolm vektorit $\vec{r} = (2, -3, 1), \vec{s} = (1, -2, 3), \vec{t} = (1, 2, -7)$. Kasutades vektorkorrutist leida vektor $\vec{x}$, mis rahuldab tingimusi

  $$\vec{x} \perp \vec{r},\ \vec{x} \perp \vec{s},\ < \vec{x}, \vec{t} >= 10.$$

  Vastus: $\vec{x} = (7, 5, 1).$

- On antud vektorid $\vec{r} = (2, -3, 1), \vec{s} = (-3, 1, 2), \vec{t} = (1, 2, 3)$. Arvutada $(\vec{r} \times \vec{s}) \times \vec{t}$ ja $\vec{r} \times (\vec{s} \times \vec{t})$.

Ülesanded

- On antud kolm vektorit $\vec{r} = (2, -3, 1), \vec{s} = (1, -2, 3), \vec{t} = (1, 2, -7)$. Kasutades vektorkorrutist leida vektor $\vec{x}$, mis rahuldab tingimusi

$$\vec{x} \perp \vec{r},\ \vec{x} \perp \vec{s},\ < \vec{x}, \vec{t} >= 10.$$

  Vastus: $\vec{x} = (7, 5, 1)$.

- On antud vektorid $\vec{r} = (2, -3, 1), \vec{s} = (-3, 1, 2), \vec{t} = (1, 2, 3)$. Arvutada $(\vec{r} \times \vec{s}) \times \vec{t}$ ja $\vec{r} \times (\vec{s} \times \vec{t})$. Vastus: (-7,14,-7),(10,13,19).

- Kasutades vektorkorrutist leida vektor $\vec{x}$, kui $\vec{x}$ on risti vektoritega $\vec{r} = (4, -2, -3), \vec{s} = (0, 1, 3)$, $|\vec{x}| = 26$ ja $\vec{x}$ moodustab nürinurga baasivektoriga $\vec{e}_2$.

Ülesanded

- On antud kolm vektorit $\vec{r} = (2, -3, 1), \vec{s} = (1, -2, 3), \vec{t} = (1, 2, -7)$. Kasutades vektorkorrutist leida vektor $\vec{x}$, mis rahuldab tingimusi
$$\vec{x} \perp \vec{r},\ \vec{x} \perp \vec{s},\ <\vec{x}, \vec{t}>= 10.$$
Vastus: $\vec{x} = (7, 5, 1)$.
- On antud vektorid $\vec{r} = (2, -3, 1), \vec{s} = (-3, 1, 2), \vec{t} = (1, 2, 3)$. Arvutada $(\vec{r} \times \vec{s}) \times \vec{t}$ ja $\vec{r} \times (\vec{s} \times \vec{t})$. Vastus: (-7,14,-7),(10,13,19).
- Kasutades vektorkorrutist leida vektor $\vec{x}$, kui $\vec{x}$ on risti vektoritega $\vec{r} = (4, -2, -3), \vec{s} = (0, 1, 3)$, $|\vec{x}| = 26$ ja $\vec{x}$ moodustab nürinurga baasivektoriga $\vec{e}_2$. Vastus: $(-6, -24, 8)$.
- Jõuvektor $\vec{F} = (3, 2, -4)$ on rakendatud punktile $P(2, -1, 1)$. Leida jõumoment koordinaadisüsteemi alguspunkti suhtes.

Ülesanded

- On antud kolm vektorit $\vec{r} = (2, -3, 1), \vec{s} = (1, -2, 3), \vec{t} = (1, 2, -7)$. Kasutades vektorkorrutist leida vektor $\vec{x}$, mis rahuldab tingimusi

  $$\vec{x} \perp \vec{r},\ \vec{x} \perp \vec{s},\ < \vec{x}, \vec{t} >= 10.$$

  Vastus: $\vec{x} = (7, 5, 1)$.
- On antud vektorid $\vec{r} = (2, -3, 1), \vec{s} = (-3, 1, 2), \vec{t} = (1, 2, 3)$. Arvutada $(\vec{r} \times \vec{s}) \times \vec{t}$ ja $\vec{r} \times (\vec{s} \times \vec{t})$. Vastus: (-7,14,-7),(10,13,19).
- Kasutades vektorkorrutist leida vektor $\vec{x}$, kui $\vec{x}$ on risti vektoritega $\vec{r} = (4, -2, -3), \vec{s} = (0, 1, 3)$, $|\vec{x}| = 26$ ja $\vec{x}$ moodustab nürinurga baasivektoriga $\vec{e}_2$. Vastus: $(-6, -24, 8)$.
- Jõuvektor $\vec{F} = (3, 2, -4)$ on rakendatud punktile $P(2, -1, 1)$. Leida jõumoment koordinaadisüsteemi alguspunkti suhtes. Vastus: $(2, 11, 7)$.