

Matemaatikaga seotud mängud ja õpiprogrammid

DVD-l Knoppix

Evely Leetma, Tartu Ülikool

Õpiprogramme, mida saaks kasutada matemaatikatunni elavdamiseks, ei ole Eesti koolides kasutada just palju: StudyWorks, GeomeTricks, Funktion, TableTalk, T-algebra, WIRIS ja võib-olla veel mõned. Kuna kasutatavaks platvormiks kooli arvutiklassides on enamasti Microsoft Windows, ei paku täiendust ka rohked vabavaralised UNIX-tüüpi süsteemidele saadaolevad programmid. Käesoleva artikli eesmärk on tutvustada ühte UNIX-tüüpi operatsioonisüsteemi ja sellel paiknevaid matemaatilisi programme, kusjuures kasutada saab kogu tarkvara laserplaadilugeja abil – arvuti kõvakettale ei ole tarvis midagi paigaldada.

1. Mis on Knoppix?

Knoppix on vabavaraline Linuxi distributsioon, mida saab kasutada CD-lt või DVD-lt algaadides suvalisel personaalarvutil. Soovi korral võib Knoppixi paigaldada ka arvuti kõvakettale. Knoppix sisaldab töölaua KDE ning hulgaliselt avatud lähtekoodiga tarkvara (kontoritarkvara OpenOffice.org, veebilehitseja Mozilla, graafikapakett GIMP, interaktiivse geomeetria programm Kig, funktsioonide joonestaja KmPlot, arvutialgebra programm Maxima jpm). Selleks, et kasutada laserplaadilt laadivat Knoppixit, peab arvutil olema vähemalt 128 MB operatiivmälu ja laserplaadilugeja.

Laserplaadilt laadiva Knoppixi käivitamiseks on tarvis muuta arvuti algladimisjärjekorda. Enamasti on algladimisjärjekord järgmine: 1) Hard Disk, 2) CD/DVD, 3) Floppy, 4) Network. Knoppixi korral peab CD/DVD olema enne arvuti kõvaketast. Algladimisjärjekorda saab muuta arvuti CMOS-is, valides

Award Modular BIOS v4.51PG, An Energy Star Ally
Copyright (C) 1984-98, Award Software, Inc.
TBA0529B

Award Plug and Play BIOS Extension v1.0A
Copyright (C) 1998, Award Software, Inc.



Press DEL to enter SETUP
05/29/1998-i440BX-SMC60X-2A69KB0CC-00

BIOS Features Setup → *Boot Sequence*. CMOS-i sisenemise juhised võib leida oma arvuti ekraanilt käivitumise ajal. Joonisel on kujutatud algladimisekraan teatega allservas „Press DEL to enter SETUP”. Kui algladimisjärjekorras on CD/DVD enne kõvaketast, aga laserplaadilugejas pole süsteemset laserplaati, käivitub arvuti ikkagi kõvakettalt.

Knoppixi käivitudes võib käsuviibale boot: kirjutada knoppix keyboard=ee, et klaviatuur kohe eestikeelseks muuta, kuid seda saab teha ka hiljem juhtpaneelist *Control Center*. Paljud programmid on laserplaadil eestikeelsed ning eestikeelsete juhenditega, seega võiks lisaks klaviatuurile ka KDE-töölaua eestikeelseks muuta, selleks tuleb juhtpaneelis *Control Center* → *Regional & Accessibility* → *Country/Region & Language* valida regiooniks „Eesti”.

Knoppix tunneb ära nii arvuti kõvaketta kui USB-seadmed (mälu-pulk, vä-

line kõvaketas jt). Nende kasutamiseks tuleb vastaval ikoonil teha paremlööps ning valida *Mount*, see avab vastaval seadmel oleva info lugemiseks. Kui on soov välisele seadmele midagi salvestada, tuleb ära muuta lugemis/kirjutamisrežiim, selleks valida samast hüpikmenüüst *Change Read/Write mode*.

2. Matemaatika õpiprogrammid

Haridus → *Matemaatika* → *KBruch*

KBruch sisaldab nelja tüüpi ülesandeid: tehted harilike murdudega, harilike murdude võrdlemine, kümnendmurru teisendamine harilikuks murruks ning arvude algteguriteks lahutamine.

Aritmeetiliste tehete korral on võimalik menüüst valida ülesande tüüp (liitmine/lahutamine, korrutamine/jagamine, kõik neli tehet läbisegi), operandide arv

(kuni 5) ning nimetaja maksimaalne väärtus. Ülesande vastus tuleb esitada taandatud liht- või liigmurruna, taandamata vastuse loeb programm vääraks. Kõik liigmurrud teisendab arvuti ise sega- või täisarvuks. Programmi põhiliiks puuduseks on asjaolu, et vastust ei saa esitada segaarvuna, nt tehte $5 + \frac{1}{3}$ vastus tuleb esitada kujul $\frac{16}{3}$, aga mitte $5\frac{1}{3}$, nagu oleks loomulik. Mõnevõrra leevendab seda probleemi küll programmi võime vastus ise segaarvuks teisendada. Tähelepanu tasub veel pöörata kahele asjaolule: lahutamistehete tulemus võib olla negatiivne arv ning korrutamise- ja jagamismärgina on kasutusel sümbolid $\times$ ja $/$. Viimati nimetatud põhjustel tuleks olla ettevaatlik programmi tarvitamisel murdude õppimise algstaadiumis.

KBruch võrdlemisülesannete korral tuleb kahe hariliku murru vahele asetada märk $<$ või $>$.

Teisendamisülesanne seisneb lõplike või lõpmatute perioodiliste kümnendmurdude teisendamises harilikuks murruks, kusjuures perioodi tähisena kasutatakse ülakriipsu perioodi numbrite kohal.

Algteguriteks lahutamise ülesandes tuleb antud arv esitada algtegurite korrutisena sobivatel arvudel klikkides.

Õigete ja valede vastuste osakaale ning lahendatud ülesannete arvu võib

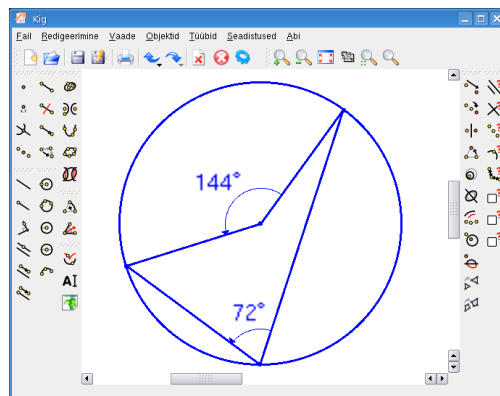
lahendamise ajal näha programmiakna paremas servas. Nupul „Lähtesta” klikkides on võimalik ülesannete loendurit nullida.

Haridus → Matemaatika → KPercentage

KPercentage on programm, mis võimaldab harjutada protsentülesande kolme põhitüüpi: osa, terviku ja protsendi leidmist. Võimalik on valida kerge, keskmise ja „hullumeelse” taseme vahel. Arvestust peetakse õigete ja valede vastuste üle, kuid vale vastuse korral õiget ette ei öelda, õpilane peab ise korduvate katsetuste tulemusel õige vastuseni jõudma.

Haridus → Matemaatika → Kig

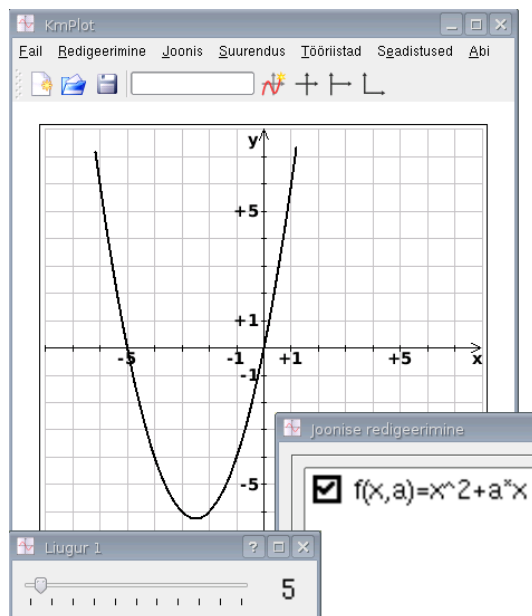
Kig on interaktiivse geomeetria programm, sarnane programmile Geometricks. Võimaldab joonistada erinevaid geomeetrilisi kujundeid (lõigud, sirged, hulknurgad, kaared, koonuselõiked, vektorid, nurgapoolitajad jpm) ning leida nendega seotud suurusi (pindala, ümbermõõt, pikkus, võrrand jne). Kig võimaldab leida vektorite summat ja vahet, nihet vektori võrra, pööret mingi nurga võrra, peegeldust punkti ja sirge suhtes. Programm sisaldab paralleelsuse, ristumise, kollineaarsuse, sisaldumise, vahemaa võrdsuse, vektorite võrdsuse, hulknurga sisaldumise ja hulknurga kumeruse teste. Kasutajal on võimalus luua makrosid uute objektide defineerimiseks.



Haridus → Matemaatika → KmPlot

KmPlot on funktsioonide graafikute joonestaja, sarnane programmiga Funktion. Võimalik on joonistada üheaegselt mitme funktsiooni graafikuid ning neid omavahel kombineerides uusi funktsioone defineerida. Graafikuid on võimalik salvestada vektorgraafika vormingus svg.

Lisaks funktsioonile on võimalik samas teljestikus joonistada tema esimese ja teise tuletise ning algfunktsiooni graafikud. KmPlot suudab leida funktsiooni maksimumi ja miinimumi antud lõigul. Määratud integraali arvutamine on programmis vigane: tegelikult leitakse määratud integraal algfunktsioonist ning selle absoluutväärtus. Erinevalt programmist Funktion on siin funktsiooni eeskirja võimalik lisada vaid üks parameeter, mida saab liuguri abil muuta.

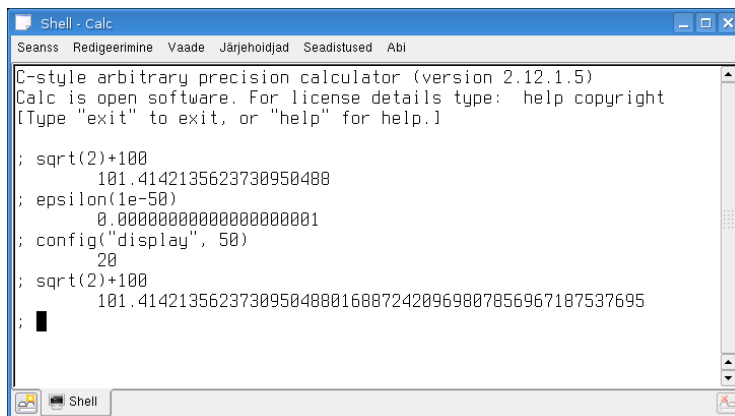


$$Utiliidiid \rightarrow Geg$$

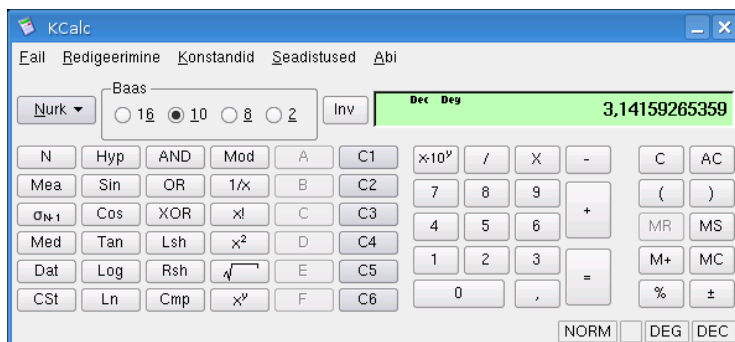
Geg on programm funktsiooni graafikute joonestamiseks ristkoordinaadistikus. Peale võimaluse mitu graafikut samasse teljestikku joonistada ning x -teljel radiaanijaotisi kasutada see programm midagi enam ei paku.

$$Utiidid \rightarrow Calc, GCalcTool, KCalc, rCalc$$

Calc ja rCalc on tekstilised kalkulaatorid, GCalcTool ja KCalc graafilised. Calc suudab teha suvalise täpsusega tehteid.



Calc



KCalc

Utiliidid → *Yacas*

Yacas on käsurealine programm, mis suudab teha suvalise täpsusega tehteid, arvutada harilike murdudega, lihtsustada avaldisi, leida piirväärtusi, tuletisi ja integraale, lahendada võrrandeid jpm.

NÄIDE 1.

```
In> 3/4 + 7/12
Out> 4/3
In> N(3/4 + 7/12, 20)
Out> 1.333333333333333333333333
In> D(x) 4 * Ln(x/3) / x
Out> ((12*x)/(3*x)-4*Ln(x/3))/x^2
In> Simplify(%)
Out> (4*(1-Ln(x/3)))/x^2
```

```
In> PrettyForm(%)
```

$$\frac{4 \sqrt[3]{1 - \ln|x|} \sqrt{x}}{x^2}$$

```
In> Integrate(x, 0, 1) x^2
```

```
Out> 1/3
```

```
In> Solve(x^2 + 3*x - 2 == 0, x)
```

```
Out> {x==(Sqrt(17)-3)/2, x==(-(Sqrt(17)+3))/2}
```

```
In> N(%, 15)
```

```
Out> {x==0.56155281280883, x==(-3.561552812808831)}
```

```
In> Limit(x, -Infinity) ArcTan(x)
```

```
Out> -Pi/2
```

Utiliidad → *xmaxima*

Algebraaliste avaldiste lihtsustamine. Programmi tööaken koosneb sisendridadest (%i1), (%i2), ... ning väljundridadest (%o1), (%o2), Kõik käsud lõpevad kas semikooloniga (kui soovitakse ka väljundit) või dollariga (kui väljundit ei soovita). Konstantide ette kirjutatakse protsendimärk, näiteks %pi = π ja %e = e .

ÜLESANNE 2. Lihtsusta avaldis, kasutades käsku fullratsimp();

$$\frac{ab + b - 4a - 4}{3a^2 - 6a - 9}$$

Lahenda ülesanne uuesti lahutades esmalt lugeja ja nimetaja teguriteks. Tegurdamiseks sobib käsk factor();

```
(%i1) fullratsimp((a*b + b - 4*a - 4) / (3*a**2 - 6*a - 9));
```

```
(%o1)
      b - 4
      -----
      3 a - 9
```

```
(%i2) factor(a*b + b - 4*a - 4);
```

```
(%o2) (a + 1) (b - 4)
```

```
(%i3) factor(3*a**2 - 6*a - 9);
```

```
(%o3) 3 (a - 3) (a + 1)
```

```
(%i4) %o2 / %o3;
```

```
(%o4)
      b - 4
      -----
      3 (a - 3)
```

ÜLESANNE 3. Ava sulud avaldises $(a + b + 1)^3$ käsu expand(); abil.

```
(%i5) expand((a + b + 1)**3);
```

```
(%o5) b3 + 3 a b2 + 3 b2 + 3 a2 b + 6 a b + 3 b + a3 + 3 a2 + 3 a + 1
```

Võrrandite ja võrrandisüsteemide lahendamine. Selleks, et lahendada ühe muutujaga võrrandit $x^2 - 4x - 60 = 0$, tuleks sisestada

```
solve(x**2-4*x-60=0);
```

tulemuseks saame

```
[x = - 6, x = 10]
```

Mitme muutujaga võrrandisüsteemi lahendamisel tuleb võrrandid kirjutada nurksulgude sisse komadega eraldatuna. Kui muutujaid on rohkem kui võrrandeid, tuleb need muutujad, mille suhtes süsteemi lahendame, paigutada samuti nurksulgude sisse.

ÜLESANNE 4. Lahenda võrrandisüsteem

$$\begin{cases} x - \frac{y}{a} = -a \\ 3ax + y = 5a \end{cases}$$

muutujate x ja y suhtes.

```
(%i6) solve([x - y / a = -a, 3*a*x + y = 5*a], [x, y]);
                                     2
                                     a - 5      3 a  + 5 a
(%o6)      [[x = - ----, y = ----]]
                                     4          4
```

Graafikute joonestamine. Selleks, et joonestada mingi funktsiooni graafik, piisab käsu `plot2d` argumentideks kirjutada funktsiooni eeskiri ja muutmispriirkond. Näiteks

```
plot2d (x**2, [x, -5, 5]);
```

joonestab ruutparabooli piirkonnas $[-5, 5]$. Graafiku kujundamiseks saab käsule `plot2d` lisada mitmesuguseid parameetreid.

NÄIDE 5. Sinusoid (ristkoordinaadid)

$f(x) = \sin x$, kus $x \in [-5; 5]$.

```
plot2d (sin(x), [x, -5, 5], [gnuplot_term,ps],
[gnuplot_out_file,"~/siinus.eps"], [gnuplot_preamble,
["set xzeroaxis lt -1; set yzeroaxis lt -1; set xtics
axis ('-3{/Symbol p}/2' -4.712, '-{/Symbol p}' -3.1415,
'-{/Symbol p}/2' -1.5708, '{/Symbol p}/2' 1.5708,
'{/Symbol p}' 3.1415, '3{/Symbol p}/2' 4.712); set ytics
axis 0.5; set title 'Sinusoid'; set noborder; unset
key"]]);
```

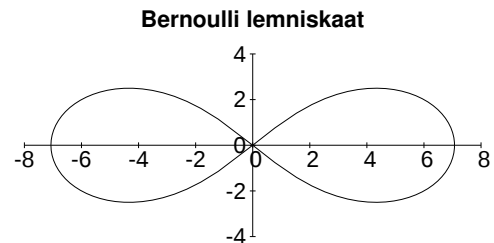
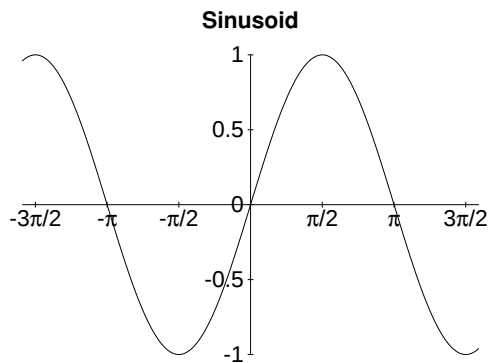
NÄIDE 6. Bernoulli lemniskaat (polaarkoordinaadid)

$r(t) = 5\sqrt{2}\cos(2t)$, $t \in [-\pi, \pi]$.

Joonestamiseks on võrrand teisendatud parameetrilisele kujule

$$\begin{cases} x(t) = r(t) \cos(t), \\ y(t) = r(t) \sin(t). \end{cases}$$

```
plot2d ([parametric, 5*sqrt(2*cos(2*t))*cos(t),
5*sqrt(2*cos(2*t))*sin(t), [t,-%pi,%pi]], [gnuplot_preamble,
["set xzeroaxis lt -1; set yzeroaxis lt -1; set xtics axis;
set ytics axis 2; set size ratio .4; set title 'Bernoulli
lemniskaat'; set noborder; unset key"]], [nticks,200]);
```



NÄIDE 7. Epitrohoid (parameetrilised võrrandid ristkoordinaatides)

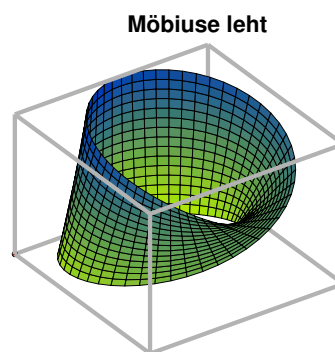
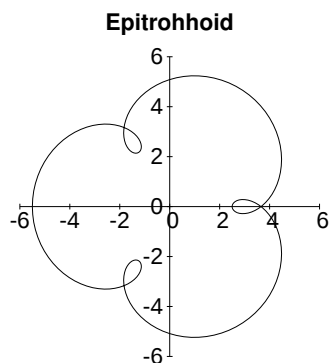
$$\begin{cases} x(t) = (a+b)\cos t - c\cos\left(\frac{a+b}{a}t\right), \\ y(t) = (a+b)\sin t - c\sin\left(\frac{a+b}{a}t\right), \end{cases} \quad t \in [-\pi, \pi].$$

a:1\$ b:3\$ c:3/2\$

```
plot2d ([parametric, (a+b)*cos(t)-c*cos((a+b)/a*t),
(a+b)*sin(t)-c*sin((a+b)/a*t), [t,-%pi,%pi]],
[gnuplot_preamble, ["set xzeroaxis lt -1; set yzeroaxis lt
-1; set xtics axis 2; set ytics axis 2; set size ratio 1;
set title 'Epitrohoid'; set noborder; unset key"]],
[nticks,200]);
```

NÄIDE 8. Möbiuse leht

```
plot3d ([cos(x)*(3 + y*cos(x/2)), sin(x)*(3 + y*cos(x/2)),
y*sin(x/2)], [x, -%pi, %pi], [y, -1, 1], [plot_format,
openmath], ['grid, 50, 15]);
```

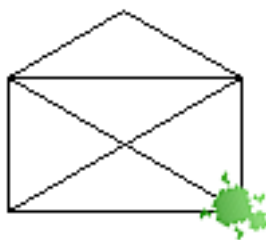


Haridus → Mitmesugust → Kturtle

KTurtle on programmeerimiskeskond, mis kasutab programmeerimiskeelt Logo. Programmeerimine on seal muudetud sedavõrd lihtsaks ja arusaadavaks, et KTurtle sobib hästi ka lastele programmeerimise ning geomeetria õpetamiseks. KTurtle'i peaaken koosneb kahest põhiosast: koodiredaktor vasakul, kuhu kirjutatakse Logo käsud, ning lõuend paremal, kuhu kilpkonn (ingl *k turtle*) joonistab vajaliku pildi. Algselt asub kilpkonn lõuendi keskel, pea ülespoole, tema liigutamiseks on kolm võimalust: sirgjooneline liikumine mingi ühiku võrra (`forward / backward`), pööre mingi nurga võrra (`turnleft / turnright`), liikumine mingisse punkti ilma jälge jätmata (`go`). Olulisematest käskudest tasub veel mainida n -kordse tsükli moodustamist käsuga `repeat n` ning alamprogrammide defineerimiskäsku `learn`.

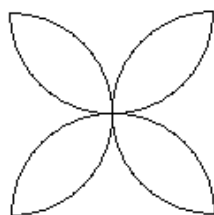
NÄIDE 9.

```
reset
forward 50
turnright 90
forward 87
turnright 90
forward 50
turnright 90
forward 87
turnright 150
forward 100
turnleft 120
forward 50
turnleft 60
forward 50
turnleft 120
forward 100
```



NÄIDE 10.

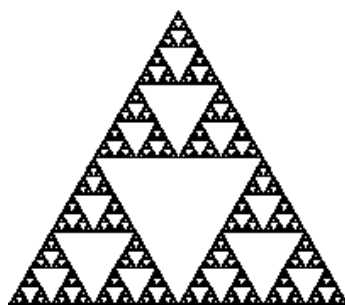
```
reset
hide
repeat 4 [
  repeat 2 [
    repeat 90 [
      forward 1
      turnright 1
    ]
    turnright 90
  ]
  turnleft 90
]
```



NÄIDE 11.

```
learn sierpinski x, t [
  x = x / 2
  t = t - 1
  if t >= 0 [
    repeat 3 [
      forward x / 2
      turnleft 120
    ]
    sierpinski x, t
    turnright 120
    forward x / 2
    turnright 120
  ]
]
reset
hide
tase = inputwindow "Sisesta
                    tasemete arv"

go 250, 200
turnleft 30
repeat 3 [
  forward 200
  turnleft 120
]
go 150, 200
sierpinski 200, tase
go 57, 210
print "Sierpinski kolmnurk"
```



Sierpinski kolmnurk

3. Matemaatilised mängud

Haridus → *TuxMath*

Põnev tulistamismäng, millega saab harjutada peastarvutamist.

Haridus → *GCompris*

GCompris on kollektsioon haridusalaseid mängu, mis pakuvad erinevaid tegevusi lastele alatest teisest eluaastast. GCompris võimaldab harjutada arvuti klaviatuuri ja hiire kasutamist, treenida mälu, õppida geograafiat, matemaatikat, lugemist jpm.

Järgnevas on ära toodud valik programmis sisalduvatest mängudest. Kuna eraldi nimetusi mängudel tihtipeale ei ole, on esitatud programmide ikoonid.

Kellaaja määramine osutitega kellal.

Kasutaja peab kella osutid vastavalt antud kellaajale õigesse kohta nihutama.



Arvude õgimine. Arvuõgijad (*Number Muncher*) on rohelised elukad, kes söövad teatud tingimustele vastavaid arve.



Multiples of 3

12		
22	5	

Mänguvälja moodustab 6×6 tabel, mis sisaldab arve või avaldise. Ülesandetüüpe on 5: leida kõik avaldised, mille väärtus on mingi etteantud arv; leida kõik avaldised, mis ei võrdu antud arvuga; leida kõik antud arvu kordsed; leida kõik antud arvu tegurid; leida kõik algarvud. Nooleklahve kasutades tuleb arvuõgija juhatada õigesse lahtrisse, tühikuklahvi abil saab lahtri sisemuse ära süüa. Kogu selle tegevuse juures on vaja vältida mitmesuguseid surmavaid koletisi (*Troggle*), kes võivad etteaimamatult liikuda, aga ka arve eemaldada ja juurde panna.

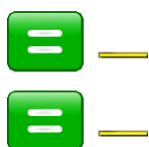
Aheltehted. Kasutajal tuleb antud arvude ja nelja aritmeetilise tehte abil konstrueerida etteantud vastus. Näitena on toodud ülesande algseis ning soovitud lõppseis.



46



46



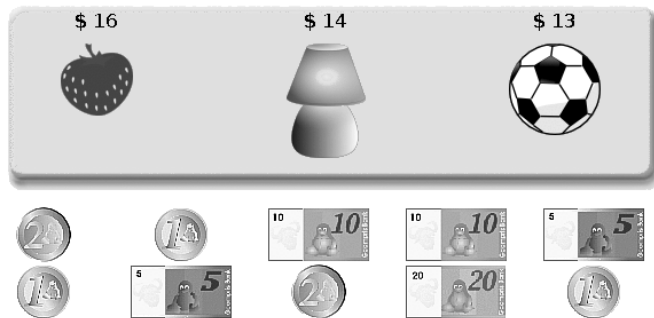
Mälukaardid. Tüüpiline mälukaartide mäng, kus korraga saab nähtaval olla kuni 2 kaarti. Vastavusse tuleb seada tehe ja vastus.



Rahaga arveldamine.



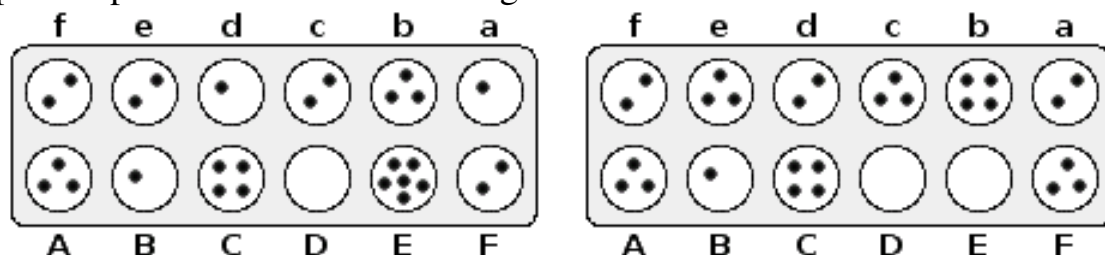
Mänguväljal on kujutatud üks või mitu eset, iga eseme kohta on teada hind. Kasutaja peab olemasolevate rahatähtede seast valima need, millega saaks antud kauba eest täpselt maksta.



Oware on Gaana rahvusmäng, tuntud ka nime Awari all. Mänguväli koosneb 12 „majast”, millest igaühes on algseisus 4 seemet (pähklit). Eesmärk on koguda võimalikult palju seemneid.

Kummalgi mängijal on kuus maja. Mängija võtab ühest oma majast kõik seemned ja jaotab need vastupäeva liikudes nii, et iga maja saab ühe seemne. Asetanud viimase seemne vastase majja, kus selle tulemusena on kaks või kolm seemet, saab käigu sooritanud mängija need endale. Kui eelviimases majas on samuti kaks või kolm seemet, saab mängija ka need endale jne. Mäng on võidetud, kui kogutud on vähemalt 25 seemet, st üle poole seemnetest.

Vasakpoolisel joonisel on toodud mänguseis, milles lõunapoolne mängija otsustab käia pesast E. Selle käigu tulemus on näha parempoolisel joonisel. Pesades e, d ja c paiknevad 8 seemet saab lõunapoolne mängija nüüd endale, pesas a paiknevaid kahte seemet aga mitte.



On tõestatud, et Owares leidub kummagi mängija jaoks viigistav strateegia.

Bar game on arvuteooria taustaga mäng, milles mängijatel tuleb palle vaheldumisi aukudesse paigutada, kusjuures viimase palli panija kaotab mängu. Mängija ise valib, mitu palli ta ühe käiguga välja käib, pallide alam- ja ülempiir ühel käigul on ette antud. Mängu võitmiseks peab mängija valima seega niisuguse strateegia, et pärast tema viimast käiku on jäänud tühjaks selline kogus auke, et vastane need kindlasti täitma peab.

Olgu mänguväljal n auku ning olgu mängijal võimalik ühe käiguga asetada minimaalselt k_1 palli ning maksimaalselt k_2 palli. Saab näidata, et kui mängija kasutab strateegiat, mille kohaselt iga tema käigu järel rahuldab mänguvälja tühjade aukude arv n' võrratust

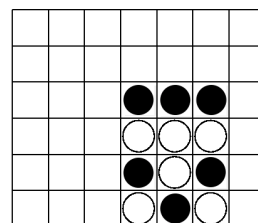
$$1 \leq n' \bmod (k_1 + k_2) \leq k_1,$$

siis mängija võidab mängu.

ÜLESANNE 12. Millistel tingimustel võidab alustaja mängu, eeldades, et mõlemad mängijad mängivad parima strateegia kohaselt? Millise strateegia järgi tuleks mängida, kui mängu reegleid on muudetud nii, et viimase palli panija võidab mängu?

Mängud $\rightarrow$ Lauamängud $\rightarrow$ Four-in-a-row

Neli tükki reas (ingl *four in a row*) on mäng, mille eesmärgiks on saada 4 sama värvi nuppu ühte ritta diagonaalis, vertikaalis või horisontaalis. Joonisel on näide mängu seisust, milles valgel mängijal on kindel võit – tuleb vaid kõige parempoolsemat tulpa nuppudega täitma hakata.

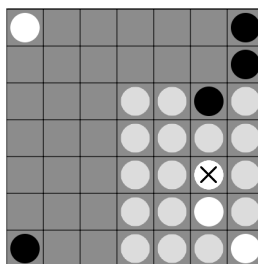


On tõestatud, et kui esimene mängija alustab keskmisest veerust, siis tal leidub võitev strateegia. Kui esimene mängija alustab 3. või 5. veerust, leidub teisel mängijal viigistav strateegia, kui aga esimene mängija alustab kahest äärmisest veerust, leidub teisel mängijal koguni võitev strateegia.

See mäng esineb Knoppixis veel nimede KWin4 ning Xvier all.

Mängud $\rightarrow$ Lauamängud $\rightarrow$ Ataxx, Gataxx

Kaks mängijat asetavad vaheldumisi nuppe 7×7 mänguväljale. Algselt on kummalgi mängijal 2 nuppu, mis paiknevad mängulaua diagonaalil asetsevates nurkades. Käik seisneb oma nupu tõstmises suvalisele vabale kohale kuni kahe ruudu kaugusel (k. a. diagonaalil). Joonisel on heledalliga kujutatud ristiga valge nupu võimalikud käigud.



Kui nupp nihutatakse naaberruudule (k. a. diagonaalil), jäetakse lisanupp algele positsioonile alles. Sellisel moel saab mänguväljale oma nuppe juurde tekitada. Liikudes kahe ruudu kaugusel asuvale väljale, vana nupp eemaldatakse. Kui käigu sooritamise järel jääb nupu naaberruutudesse vastase nuppe, muutuvad need käigu sooritanud mängija nuppudeks. Mäng lõpeb, kui üks või kumbki mängija ei saa enam käia. Mängu võidab suurema nuppude arvuga mängija.

Võitmiseks tuleks kontroll saavutada nende ruutude üle, mida on vastasel raske vallutada. Kui nupp on täielikult teiste nuppudega ümber piiratud, on üsna võimatu seda vallutada. Vältida tuleks „auke” enda nuppude keskel.

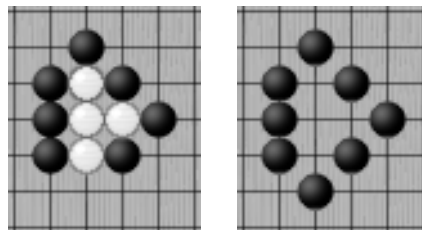
Mängud → Lauamängud → Go

Esimesed kirjalikud teated selle mängu kohta pärinevad 5. saj eKr Hiinast, mäng ise on tunduvalt vanem. Go'd mängitakse 19 horisontaalsest ja 19 vertikaalsest sirgest moodustatud võrgul. Kaks mängijat asetavad vaheldumisi musti või valgeid kive võrgustiku vabadesse sõlmpunktidesse, eesmärgiks on kontrollida suuremat ala kui vastane. Sidus grupp kive on vallutatud, kui nad on ümbritsetud vastase kividega nii, et läheduses ei ole enam ühtegi vaba kohta. Vallutatud kivid eemaldatakse. Mäng lõpeb, kui kumbki mängija enam käia ei soovi.

Näide Go mänguväljast enne musta käiku ja pärast musta käiku ning ala vallutamist.

Go mängureeglid on küll lihtsad, kuid strateegia valikute osas on mäng väga rikas. Seetõttu loetakse Go'd üheks keerukamaks mänguks maailmas. Arvutid suudavad Go'd

mängida vaid amatööri tasemel erinevalt nt malest, mille korral maailma-meistritest arvutite enam vastast ei ole.



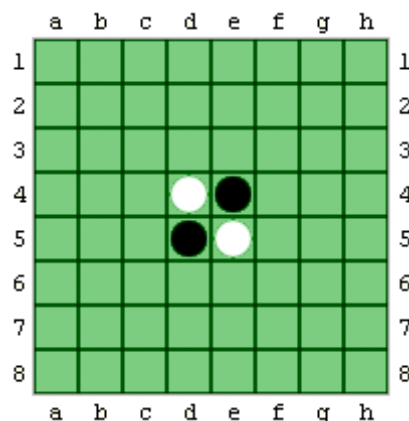
Mängud → Lauamängud → KReversi, Gnome Iagno

Reversi ehk Othello on lauamäng 8×8 mänguväljal mündilaadsete nappudega, mille kaks poolt on eri värvi. Eesmärgiks on vastase nuppe ümber piirates saada võimalikult palju enda värvi nuppe. Võidab mängija, kellel mängu lõppedes on nappude ülekaal.

Algseisus on kummalgi mängijal kaks nappu. Mängija võib asetada mängulaua tühjale ruudule nappu, kui antud ruutu läbiva horisontaalse, vertikaalse või diagonaalse sirge peal leidub selle mängija napp ning kõikides nende

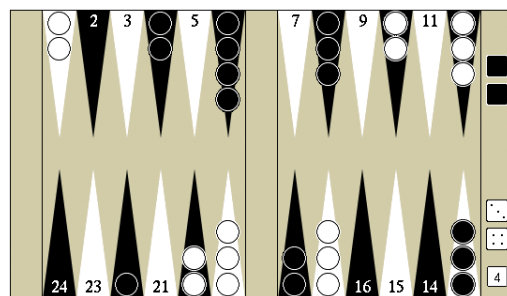
kahe nappu vahel olevates ruutudes paiknevad vastase nupud. Näiteks musta nappu saab asetada väljadele d3, c4, f5 või e6. Käigu tulemusel kõik vastase nupud, mis jäävad lisatud nappu ja teiste oma nappude vahele, vahetavad värvi. Mäng ei ole lahendatud, kuid arvuti oskab seda mängida tunduvalt paremini kui inimene.

Oluline on mängu käigus vallutada nurgad, neist enam ilma jääda ei ole võimalik. Kuna nupud vahetavad tihti omanikke, ei ole mängu algstaadiumis oluline saavutada suurt arvulist ülekaalu, see võib viia käigupuuduseni ning vastane saab teha siis mitu käiku järjest.



Mängud → Lauamängud → KBackgammon, GNU BackGammon

Mängu eesmärk on liigutada oma nupud mängulaualt ära enne seda, kui sama jõuab teha vastane. Nuppude liigutamine toimub vastavalt kahe täringu veeretamisel kogutud punktisummale. Backgammoni reeglid on suhteliselt keerukad; vaatamata täringutest tulenevale juhuslikkusele on välja arendatud rohkelt mängustrateegiaid.

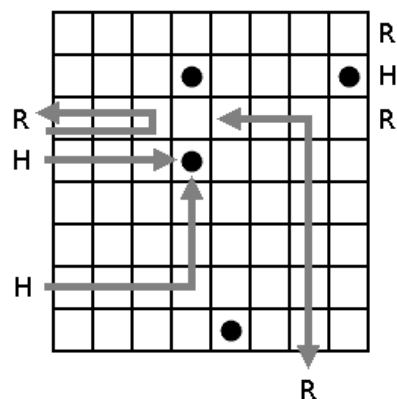
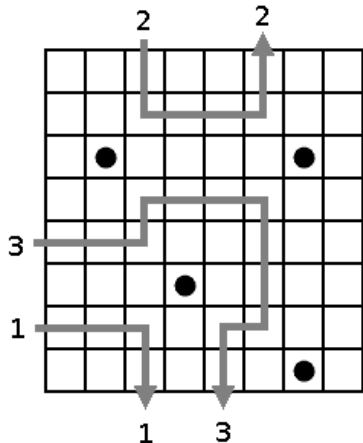


Arvutid suudavad Backgammonit mängida maailmameistri tasemel.

Mängud → Lauamängud → KBlackbox

Blackbox on loogikamäng, kus nn musta kasti on ära peidetud pallid, mis tuleb üles leida. Kasti saab tulistada valguskiiri, mis pallidelt peegelduvad ning seejärel kastist väljuvad. Sõltuvalt sellest, kus kiir kastist väljub, saab mõistatada pallide asukohta. Mida vähem kiiri pallide leidmiseks tulistada, seda parem. Kasti tulistatud kiir võib kaasa tuua ühe järgnevatest situatsioonidest:

- kõrvalekalle – tähistatakse numbritega kiire sisenemis- ja väljumiskohas
- peegeldus – kiir jõuab sinna, kust ta välja tulistati, tähistus R
- tabamus – kiir tabab otse palli ning neeldub selles, tähistus H



Esimesel joonisel on kujutatud kolm kõrvalekallet. Teisel joonisel on kujutatud neli peegeldust ja kolm tabamust, kusjuures paremal ülal olevate peegelduste korral peegeldub kiir juba enne kasti jõudmist.

Mängud → Tali (Mängud → Lauamängud → Gnome GYahtzee)

Yahtzee on pokkerilaadne täringumäng, milles viit täringut veeretades üritatakse saada erinevaid kombinatsioone ning seeläbi koguda võimalikult palju punkte. Täringuid veeretatakse kolm korda, kusjuures peale esimest veeretamist on mängija enda valik, milliseid täringuid, kui üldse, ta uuesti veeretada tahab. Mängukombinatsioone, mille poole püüelda, on 13. Iga kombinatsiooni saab mängu jooksul kasutada vaid üks kord. Olles kolm korda

täringuid veeretanud, valib mängija ühe kombinatsiooni ning tabeli vastavasse ritta kantakse selle kombinatsiooni ees saadud punktide arv. Võimalikud kombinatsioonid ning saadavad punktid on järgmised.

- Ühed – kõikide ühtede summa
- Kahed – kõikide kahtede summa
- Kolmed – kõikide kolmede summa
- Neljad – kõikide neljade summa
- Viied – kõikide viiete summa
- Kuued – kõikide kuute summa
- Kolmik (3 või rohkem sama numbriga täringut) – täringute summa
- Nelik (4 või rohkem sama numbriga täringut) – täringute summa
- Maja (3 ühesuguse numbriga täringut +2 ühesuguse numbriga täringut, need numbrid peavad olema erinevad) – 25 punkti
- Väike rida (sirge 4 või enamast täringust) – 30 punkti
- Suur rida (sirge kõikidest täringutest) – 40 punkti
- Viisik (kõik täringud sama numbriga) – 50 punkti
- Summa (igasugune täringukombinatsioon) – kõikide täringute summa

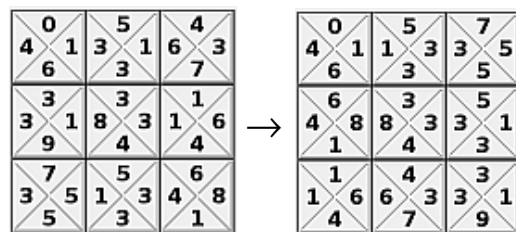
Kui valitud kombinatsioon ei vasta täringu punktidele, saab mängija selle kombinatsiooni eest 0 punkti. Boonusena saab mängija 35 punkti, kui esimese kuue kombinatsiooniga on kogutud rohkem kui 62 punkti. Boonuspunktide saamiseks piisab, kui esimesed kuus kombinatsiooni on realiseeritud 3 täringu abil. Kuigi igat kombinatsiooni saab mängu jooksul valida vaid üks kord, on erandiks viisik ehk yahtzee, mida võib valida korduvalt, kuid mitte siis, kui viisiku eest on kirjas juba 0 punkti.

ÜLESANNE 13. Milline on tõenäosus, et esimesel veeretamisel tuleb kolmik, nelik, maja, väike rida, suur rida, viisik?

Vastused: $\frac{5}{18}$; $\frac{5}{216}$; $\frac{25}{648}$; $\frac{5}{18}$; $\frac{5}{162}$; $\frac{1}{1296}$.

Mängud → *Tetravex* (*Mängud* → *Puzzles* → *Gnome Tetravex*)

Igale kivile on kirjutatud 4 numbrit. Kivid tuleb asetada niimoodi, et kõrvuti oleks ühesugused numbrid.



Mängud → *Puzzles* → *Gtans*

Tangram on Hiinast pärinev mäng, mis koosneb viiest eri suurusega võrdhaar-sest, täisnurksest kolmnurgast, ühest ruudust ning ühest rööpküklikust. Neid kujundeid kasutades tuleb moodustada erinevaid kujutisi.

Mängud → Klotski (Mängud → Puzzles → Gnome Klotski)

Klotski mänguväli koosneb erineva suurusega klotsidest. Üks neist, enamasti kõige suurem, on vaja liigutada mingisse kindlasse kohta. Klotse kastist eemaldada ei tohi, neid võib vaid libistada. Eesmärgiks on lahendada pusle minimaalse käikude arvuga või minimaalse ajaga. Plokkide suuruse ja paigutuse poolest erinevaid variante sellest mängust on rohkesti. Joonisel on toodud *forget-me-not* klotside asetus – üks raskemaid klotski paigutusi, mille lahendamiseks minimaalne käikude arv on 81.

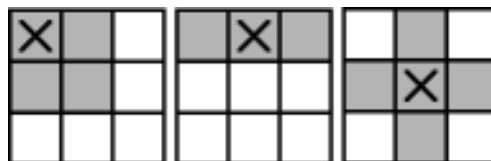


Mängud → Puzzles → Penguin Mastermind

Mõttemeister on lihtne koodimurdmismäng. Koodi valmistaja peab kuut eri värvi nuppudest tekitama neljakomponendilise koodi ning koodimurdja selle lahti murdma. Tagasisidena saab koodimurdja igal sammul teada, mitu nuppu on õiget värvi ja õiges kohas ning mitu nuppu õiget värvi, kuid vales kohas. Selleks kasutatakse pisemaid, vastavalt musti ja valgeid tagasiside nuppe. Mängus on võimalik moodustada $6^4 = 1296$ erinevat koodi. Leidub algoritm, mis lahendab mängu maksimaalselt 5 käiguga.

Mängud → Puzzles → Penguin Merlin

Mänguväljaks on 3×3 ruudustik. Ruutudel klikkides muudavad teatavad ruudud oma olekut valgest halliks või hallist valgeks. Järgneval joonisel on näidatud, millised ruudud muudavad oma olekut, kui klikkida ristiga tähistatud ruudul.

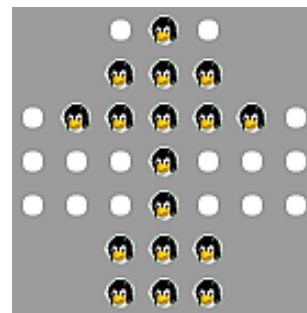


Algselt on osad ruudud hallid, osad valged. Ülesandeks on kõik ruudud halliks muuta.

ÜLESANNE 14. Tõesta, et suvalisest algseisust on võimalik jõuda lahenduseni.

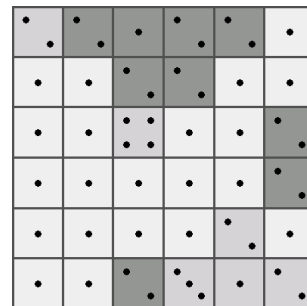
Mängud → Puzzles → Penguin Pegged

Ristikujulise mänguväljaga mäng, milles pingviinid hüppavad üle naaberpingviini vabale mänguväljale, eemaldades selle pingviini (diagonaalsed hüpped ei ole lubatud). Mängu lõppseisuna peab alles olema vaid üks pingviin mänguvälja keskmises pesas. Joonisel on kujutatud üks võimalik algseis.



Mängud → Taktika ja strateegia → KJumpingCube

Mänguväli koosneb punkte sisaldavatest ruutudest. Ruudul klikkides lisandub sinna üks punkt. Klikkida saab ainult ruutudel, mis ei kuulu vastasele. Kui punktide arv ruudul jõuab maksimumini (nurgas 3, servas 4, mänguvälja keskel 5), kantakse need üle külgneva-tele ruutudele, võttes need ühtlasi üle. Kaks mängijat käivad vaheldumisi, võitja on see, kes omastab kõik ruudud.



Joonisel on heledama värviga mängijal kolm võimalust vastase ruut üle võtta: ülal vasakul nurgas (2 → 3), mänguvälja keskel (4 → 5) või alumises servas (3 → 4).

Mängud → Taktika ja strateegia → KBattleship

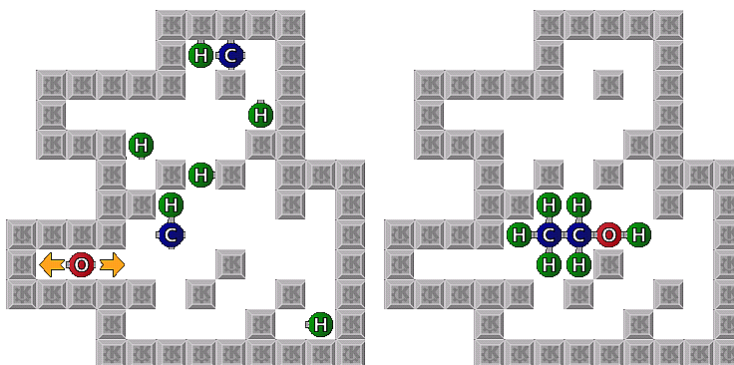
Standardne laevade pommitamine 10 × 10 ruudustikus.

Mängud → Taktika ja strateegia → KSokoban, KAtomic

Sokobani eesmärk on lükata kalliskivid aukudesse (kalliskivide tõmbamine on võimatu).

KAtomicu eesmärk on koostada aatomitest etteantud molekul, kusjuures aatomid liiguvad peatumatult seinast seinani. Mõlemas mängus saab korraga nihutada vaid ühte objekti.

Joonisel on esitatud näide KAtomicu mängulaua algseisust ning lõppseisust (eesmärgiks on koostada etanooli molekul, käigul on hapnik).



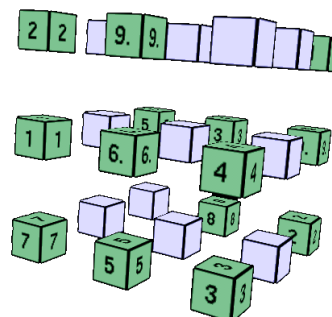
Mängud → Taktika ja strateegia → Klickety, Same mäng

Klickety mänguväli koosneb viit erinevat värvi plokkidest, Same mängu mänguväli kolme värvi kuulidest. Eesmärgiks on plokkidel klikkides puhastada mänguväli ja seda võimalikult lühikese ajaga. Mängu algseis on juhuslik.

Kui mingi plokk külgneb sama värvi plokkidega, on ühel neist klikkides võimalik kogu grupp ära kaotada. Eemaldatud plokkide kohal asetsenud muud värvi plokkid langevad allapoole ja täidavad tühikud. Eemaldades kogu tulba, nihkuvad sellest paremale jäänud tulbad vasakule ja täidavad tühikud. Üksikuid plokkide eemaldada ei ole võimalik.

Mängud → *KSudoku*

Võimaldab lahendada sudokusid ning kolmemensionaalseid roxdokusid. Programmil on kasutajat abistav värvigraafika.



Kirjandus

1. Knoppixi ametlik koduleht. URL <http://www.knoppix.org>
2. Põhjalikum juhend CMOS-i seadistamiseks. URL <http://ope.khk.tartu.ee/~indrek.zolk/rvtd0708/rvtd3.pdf>
3. Eestikeelsed juhendid Logo programmeerimiskeele kohta. URL <http://www.ise.ee/cdrom/cd3/logo>
4. Programmi Yacas kodulehekülg. URL <http://yacas.sourceforge.net>
5. Programmi Maxima kodulehekülg. URL <http://maxima.sourceforge.net>
6. Wikipedia leheküljed erinevatest mängudest. URL <http://en.wikipedia.org/wiki/Reversi>,
[http://en.wikipedia.org/wiki/Black_Box_\(game\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Black_Box_(game)),
<http://en.wikipedia.org/wiki/Yahtzee>

Mathematical games and learning software in DVD Knoppix

Evely Leetma

Summary

The paper gives an overview of mathematical games and software on DVD Knoppix which is a Linux Live DVD. It contains some learning software and a lot of math based games such as the Bar game (number theory), KBlackbox (logic), Gnome GYahtzee (theory of probability), Penguin Mastermind (combinatorics), Penguin Merlin (discrete mathematics) and others. Mathematical educational programs on the DVD enable to practice common fractions and percentage, explore geometrical constructions and functions. Knoppix is one possibility for the pupils to improve their skills and have a good time.