

Positsioonilised arvusüsteemid

- **Kümnendsüsteemis** on arvude üleskirjutamiseks kasutusel kümme erinevat numbrimärki:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$$123,45 = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}$$

- **Positsioonilises arvusüsteemis** sõltub numbri väärtus tema positsioonist (asukohast) arvus.

- Positsioonilises arvusüsteemis kasutatavate erinevate numbrimärkide arvu nimetatakse **arvusüsteemi aluseks**.

Esitame suvalise kümnendsüsteemi arvu astmete reana alusega **10**:

$$\begin{aligned} & a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots = \\ & a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + a_{n-2} \cdot 10^{n-2} + \dots \\ & + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0 + a_{-1} \cdot 10^{-1} + a_{-2} \cdot 10^{-2} \dots \end{aligned}$$

- **Kümnendsüsteemis on kahest kõrvuti olevast samast numbrimärgist vasakul seisev parempoolsest kümme korda suurema väärtusega:**

$$555 = 5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

Näide mittepositsioonilisest arvusüsteemist:

Arv 196 rooma numbrite abil:

$$CXCVI = C + XC + VI$$

• Valides arvusüsteemi erinevate numbrimärkide arvuks kaks, saame **kahendsüsteemi**.

Kahendsüsteemis kasutatakse numbreid 0 ja 1.

• Et saada kümnendsüsteemi arvu esitust kahendsüsteemis, tuleb arv esitada analoogilise reana, võttes aluseks numbri **2**:

$$25,75 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2}$$

$$(25,75)_{10} = (11001,11)_2$$

Tehted kahendsüsteemis

Liitmine

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

Lahutamine

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$10 - 1 = 1$$

Korrutamine

$$0 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot 1 = 0$$

$$1 \cdot 0 = 0$$

$$1 \cdot 1 = 1$$

Arvusüsteemi alus

10	8	2
0	0	0
1	1	1
2	2	10
3	3	11
4	4	100
5	5	101
6	6	110
7	7	111
8	10	1 000
9	11	1 001
10	12	1 010

Arvusüsteemi alus

10	8	2
11	13	1 011
12	14	1 100
13	15	1 101
14	16	1 110
15	17	1 111
16	20	10 000
17	21	10 001
18	22	10 010
19	23	10 011
20	24	10 100
21	25	10 101

Näide kahendsüsteemi arvude korrutamisest:

$$(1010)_2 = (10)_{10}$$

$$(101)_2 = (5)_{10}$$

$$(110010)_2 = (50)_{10}$$

$$\begin{array}{r} 1010 \\ \times 101 \\ \hline 1010 \\ 1010 \\ \hline 110010 \end{array}$$

Üleminek ühest arvusüsteemist teise

- Täisarvu teisendamine **2nd -> 10nd** süsteemi

$$(11001)_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = (25)_{10}$$

Sageli kasutatakse ka Horneri skeemi:

$$a_n \cdot 2^n + a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 2 + a_0 = (\dots (a_n \cdot 2 + a_{n-1}) \cdot 2 + \dots a_1) \cdot 2 + a_0$$

$$(11001)_2 = (((1 \cdot 2 + 1) \cdot 2 + 0) \cdot 2 + 0) \cdot 2 + 1 = (25)_{10}$$



http://forums.cisco.com/CertCom/game/binary_game_page.htm

- **Täisarvu teisendamine suvalisest arvusüsteemist kümnendsüsteemi**

Teisendamine toimub sarnaselt kahendsüsteemi arvuga, ainult aluse asemel tuleb võtta vastava arvusüsteemi alus.

$$(276)_8 = 2 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 =$$
$$128 + 56 + 6 = (190)_{10}$$

- Täisarvu teisendamine **10nd** -> **2nd** süsteemi

Olgu

$$A = a_n \cdot 2^n + a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 2 + a_0$$

Siis

$$A/2 = a_n \cdot 2^{n-1} + a_{n-1} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_1 + a_0/2$$

Seega

$a_0 = A \bmod 2$ (A jagamise jääk 2-ga)

$$[A/2] = a_n \cdot 2^{n-1} + a_{n-1} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_1$$

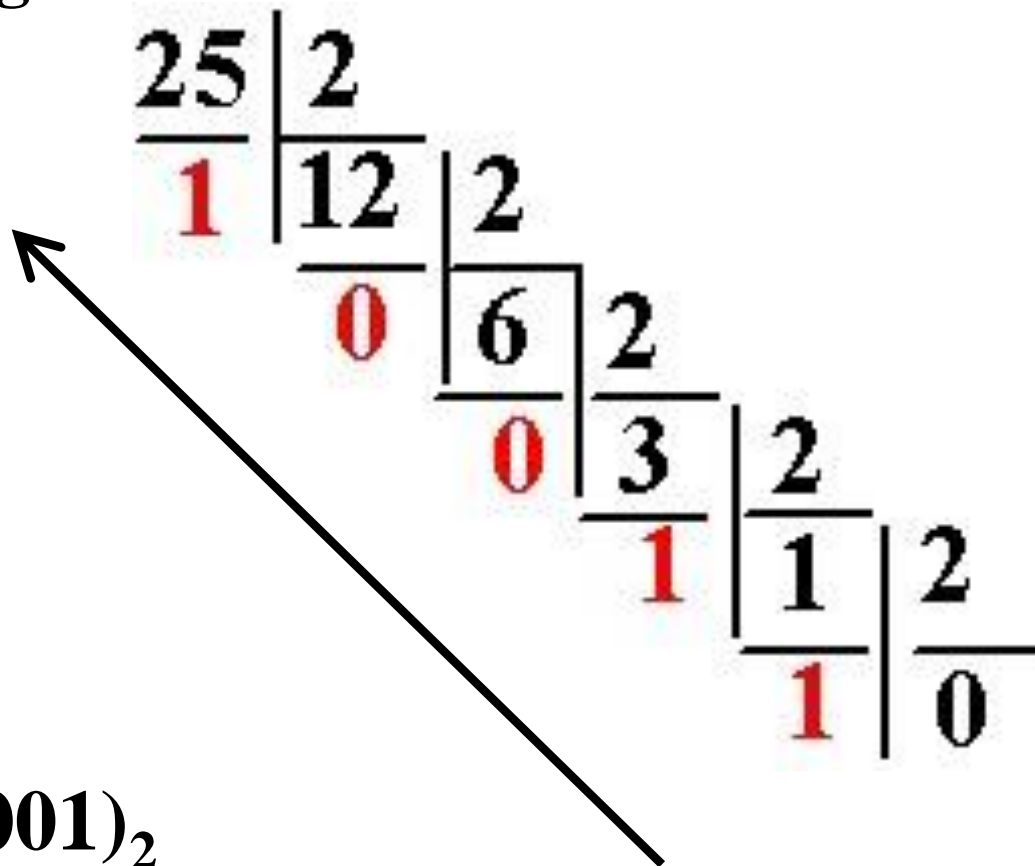
Jagame täisosa uuesti:

$$[A/2]/2 = a_n \cdot 2^{n-2} + a_{n-1} \cdot 2^{n-3} + \dots + a_1/2$$

$$a_1 = [A/2] \bmod 2$$

...

Praktiliselt teostame kahega jagamist ja leiame jäägid:




$$(25)_{10} = (11001)_2$$

- Täisarvu teisendamine kümnendsüsteemist suvalisse arvusüsteemi

Teisendamine toimub sarnaselt kahendsüsteemi teisendamisega, ainult aluseks tuleb võtta vastava arvusüsteemi alus.

$$(190)_{10} = (276)_8$$

190	8		
16	23	8	
30	16	2	8
6	7	2	0



- Arvu murdosa teisendamine **10nd** -> **2nd** süsteemi

Olgu

$$x = a_{-1} \cdot 2^{-1} + a_{-2} \cdot 2^{-2} + a_{-3} \cdot 2^{-3} + \dots$$

Siis

$$x \cdot 2 = a_{-1} + a_{-2} \cdot 2^{-1} + a_{-3} \cdot 2^{-2} + \dots$$

Seega

$$a_{-1} = [x \cdot 2] \text{ (täisosa)}$$

Olgu

$$x_1 = a_{-2} \cdot 2^{-1} + a_{-3} \cdot 2^{-2} + \dots$$

Korrutame uuesti kahega:


$$x_1 \cdot 2 = a_{-2} + a_{-3} \cdot 2^{-1} + \dots$$

$$a_{-2} = [x_1 \cdot 2]$$

...

Praktiliselt teostame kahega korrutamist ja leiame täisosad:

0		125
<hr/>		
0		250
0		500
1		000



$$(0,125)_{10} = (0, 001)_2$$

- Arvu murdosa teisendamine kümnendsüsteemist suvalisse arvusüsteemi

Teisendamine toimub sarnaselt kahendsüsteemi teisendamisega, ainult aluseks tuleb võtta vastava arvusüsteemi alus.

$$(0,6875)_{10} = (0,54)_8$$

0	6875
5	5000
4	0000

Bitid ja baidid

1 bait = 8 bitti

1kB (kilo) = 2^{10} baiti = 1 024 baiti

1MB (mega) = 2^{20} baiti = 1 048 576 baiti

1 GB (giga) = 2^{30} baiti = 1 073 741 824 baiti

1 TB (tera) = 2^{40} baiti = 1 099 511 627 776 baiti

1 PB (peta) = 2^{50} baiti = 1 125 899 906 842 624 baiti

1 EB (eksa) = 2^{60} baiti = 1 152 921 504 606 846 976 baiti

...

**Ühes baidis saab
hoida 256 erinevat
väärtust 0 .. 255**

0 = 00000000

1 = 00000001

2 = 00000010

...

254 = 11111110

255 = 11111111

**Kahes baidis saab hoida
65536 erinevat väärtust
0 .. 65535**

0 = 0000000000000000

1 = 0000000000000001

2 = 0000000000000010

...

65534 = 1111111111111110

65535 = 1111111111111111

ASCII – American Standard Code for Information

Interchange

Küsimused ja ülesanded

1. Miks on teisendusalgoritmid arvusüsteemidest

10->n ja n ->10 täiesti erinevad?

**2. Teisendada arvud kahendsüsteemist kümnend-
süsteemi:**

a) 10111

b) 101100101,101



**3. Teisendada arvud kümnendsüsteemist kahend-
süsteemi:**

a) 432

b) 15, 23

**4. Teisendada arvud kaheksandsüsteemist kümnend-
süsteemi:**

a) 375

b) 12,76

5. Teisendada arvud kümnendsüsteemist kaheksandsüsteemi:

a) 81

b) 29, 81

6. Teisendada arvud kümnendsüsteemist kolmendsüsteemi (kasutusel numbrid 0, 1, 2):

a) 48

b) 29

Arvusüsteemis alusega 16 kasutatakse lisaks numbritele ka suurtähti:

Arvusüsteemi alus	
10	16
10	A
11	B
12	C
13	D
14	E
15	F



7. Esitada 16-ndsüsteemis kümnendsüsteemi arv 26.

**8. Teisendada arvud 16ndsüsteemist kümnend-
süsteemi:**

a) 32F

b) 2AE

Konvertimine:

<http://www.easysurf.cc/cnver17.htm#b2tob10>