

Curry-Howard'i vastavus

Curry-Howard correspondence (en.wikipedia.org)

The **Curry–Howard correspondence** is the direct relationship between computer programs and proofs in constructive mathematics. Also known as **Curry–Howard isomorphism**, **proofs-as-programs correspondence** and **formulae-as-types correspondence**, it refers to the generalization of a syntactic analogy between systems of formal logic and computational calculi that was first discovered by the American mathematician Haskell Curry and logician William Alvin Howard.

Klassikaline vs. konstruktiivne loogika

Klassikaline loogika

- Iga väide on kas tõene või vale.
- Põhiküsimus:

"Kas antud väide on tõene või väär?"

Klassikaline vs. konstruktiivne loogika

Klassikaline loogika

- Iga väide on kas tõene või vale.
- Põhiküsimus:

"Kas antud väide on tõene või väär?"

Konstruktiivne loogika

- Väide on tõene vaid siis, kui suudame selle tõesust tõestada.
- Põhiküsimus:

"Kuidas antud väide saab tõeseks?"

Klassikaline vs. konstruktiivne loogika

Klassikaline loogika

- Iga väide on kas tõene või vale.
- Põhiküsimus:

Klassikalised tautoloogiad, mis konstruktiivselt ei kehti

$$A \vee \neg A$$

$$\neg\neg A \supset A$$

$$((A \supset B) \supset A) \supset A$$

Ko

- Väide on tõene vaid siis, kui suudame selle tõesust tõestada.
- Põhiküsimus:

"Kuidas antud väide saab tõeseks?"

Loomulik tuletus

- Tuletusreeglite üldkuju:

$$\frac{P_1 P_2 \dots P_n}{P_0}$$

Loomulik tuletus

- Tuletusreeglite üldkuju:

$$\frac{P_1 \quad P_2 \quad \dots \quad P_n}{P_0}$$

- P_1, \dots, P_n on eeldused, P_0 is a järeldus.
- Kui $n = 0$ (eeldused puuduvad), siis vastav tuletusreegel on aksiom.

Loomulik tuletus

- Tuletusreeglite üldkuju:

$$\frac{P_1 \quad P_2 \quad \dots \quad P_n}{P_0}$$

- Iga konnektiiviga (\wedge , \vee , ...) on seotud kaht liiki reegleid.
- **Sissetoomise reeglid:**
 - Konnektiiv esineb järelduses P_0 .
 - "Kuidas näidata konnektiiviga väite tõesust?"
- **Väljaviimise reeglid:**
 - Konnektiiv esineb eelduses P_i .
 - "Kuidas kasutada konnektiiviga väite olemasolevat tõestust?"

Loomulik tuletus

- T **NB!**

Tavaliselt on konnektiivil üks sissetoomise ja üks väljaviimise reegel, kuid võib olla ka mitu või siis üldse mitte ühtegi antud liiki reeglit.

Lausearvutus

- Süntaks:

$$P ::= A \mid P \supset P \mid P \wedge P \mid P \vee P \mid \top \mid \perp \mid \neg P$$

Lausearvutus

- Süntaks:

$$P ::= A \mid P \supset P \mid P \wedge P \mid P \vee P \mid \top \mid \perp \mid \neg P$$

- Implikatsiooni tuletusreeglid:

- Sissetoomine:

$$\frac{\overline{P_1}^x \quad \vdots \quad P_2}{P_1 \supset P_2} \supset I^x$$

- Väljaviimine:

$$\frac{P_1 \supset P_2 \quad P_1}{P_2} \supset E$$