

## Tüübisüsteemid

- Tüübid spetsifitseerivad programmide omadusi.
  - $\lambda$ -arvutuses klassifitseerivad normaalkujusid.
  - Kui term on tüüpi `Nat`, ja ta on normaalkujul, siis see term esitab naturaalarvu.
- Tüübisüsteem koosneb kolmest komponendist:
  - tüüpide hulk;
  - programmide hulk;
  - tüüpimisreeglid.

## Lihtsad tüübid

- Olgu antud loenduv hulk tüübimuutujaid (baastüübid).
- Lihtsad tüübid = ei ole polümorfseid.
- Lihtsate tüüpide süntaks:

$$\begin{array}{ll}
 \tau ::= \alpha & \text{tüübimuutuja} \\
 | \tau_1 \rightarrow \tau_2 & \text{funktsioonitüüp}
 \end{array}$$

- Tüübikonstruktor  $\rightarrow$  on paremassotsiatiivne.

$$\tau_1 \rightarrow \tau_2 \rightarrow \tau_3 \equiv \tau_1 \rightarrow (\tau_2 \rightarrow \tau_3)$$

## Termid ja redutseerimine

- Termide süntaks:

$e$	$::=$	$x$	muutuja
		$e_1 e_2$	aplikatsioon
		$\lambda x : \tau. e$	abstraktsioon

- Samad süntaktilised konventsioonid kui puhtas  $\lambda$ -arvutuses.
- Substitutsioon, reduktsioon jmt on defineeritud analoogselt puhta  $\lambda$ -avutusega ignoreerides tüübiannotatsioone.

## Tüüpimisrelatsioon

- Et teha kindlaks mis termid on millist tüüpi, defineerime tüüpimisrelatsiooni.
- Baasrelatsioon on kujul  $\Gamma \vdash e : \tau$ 
  - "term  $e$  on tüüpi  $\tau$  kontekstis  $\Gamma$ ".
- Kontekst  $\Gamma$  on muutujast ja tüübist koosnevate paaride jada  $\Gamma = \{x_1 : \tau_1, \dots, x_n : \tau_n\}$ .
  - Konteksti  $\Gamma$  doomenit tähistame  $\text{dom}(\Gamma) = \{x_1, \dots, x_n\}$ .
  - Korrektses tüüpimisrelatsioonis peab olema  $\text{FV}(e) \subseteq \text{dom}(\Gamma)$ .
- $\Gamma \leq \Delta$  tähendab, et kui  $x \in \text{dom}(\Gamma)$ , siis  $x \in \text{dom}(\Delta)$  ja  $\Gamma(x) = \Delta(x)$ .
- Programm (s.o. kinnine term)  $e$  on tüüpi  $\tau$ , kui tal on see tüüp tühjas kontekstis  $\vdash e : \tau$ .

## Tüüpimisrelatsioon

- Tüüpimisrelatsioon on defineeritud tüüpimisreeglite abil.
- Lihtsalt tüübitud  $\lambda$ -arvutuse tüüpimisreeglid:

$$\frac{}{\Gamma, x : \tau \vdash x : \tau} \textit{var} \qquad \frac{\Gamma, x : \sigma \vdash e : \tau}{\Gamma \vdash \lambda x : \sigma. e : \sigma \rightarrow \tau} \textit{abs}$$

$$\frac{\Gamma \vdash e_1 : \sigma \rightarrow \tau \quad \Gamma \vdash e_2 : \sigma}{\Gamma \vdash e_1 e_2 : \tau} \textit{app}$$

kus  $x \notin \text{dom}(\Gamma)$ .

- Edaspidi tähistame lihtsalt tüübitud  $\lambda$ -arvutust  $\lambda \rightarrow$ .