

Tõestamine

```
plus : (x : Nat) → (y : Nat) → Nat
plus Z y = y
plus (S k) y = S (plus k y)

mult : (x : Nat) → Nat → Nat
mult Z y = Z
mult (S k) y = plus y (mult k y)
```

Kas kehtivad:

- $1 * x = x$
- $x * 1 = x$
- $x + y = y + x$
- $x * y = y * x$

Arv null

- Ulf Norell (Agda 2), 2005+ – Laisk väärtustamien tähendab, et mittevajalikke komponente (s.h. tüüpe) ei väärtustata – need optimeeritakse automaatselt ära.
- Edwin Brady (Idris 2), 2020+ – Tüübid (spetsifikatsioonid) on meie sõbrad. Tahame spetsifitseerida, millised argumente tahame vaid tüüpimise/kompileerimise ajal kasutada.

Vaatame näiteid.

Arv üks ehk lineaarsed tüübid

...

- Philip Wadler, 1993 – *Linear types can change the world!*.

...

- Edwin Brady, 2021, *Idris 2: Quantitative type theory in practice* – ühendatud lineaarsed ja sõltuvad tüübid.

Milleks lineaarsed tüübid?

- Mittepuhta arvutuse modelleerimine.
- Vältib vastuolude tekkimist, kuna "vana" väärtust ei tohi kasutada.
- Hea kasutada, kui liides/DSL on antud.

Kitsaskohad:

- Liidese autor vastutab, et tulemus vastaks ootustele.
- Mitme lineaarse ressursi haldamine Idrises ebamugav.