

Ülesanne

$\text{triple} \equiv \lambda x : \text{Int. mul } x \ 3$

Kas triple tüüp $\lambda^{\rightarrow}$ -s on $\text{Int} \rightarrow \text{Int}$? Koosta tüüpimispuu.

Ülesanne

$\text{cube} \equiv \lambda x : \text{Int. mul } x (\text{mul } x x)$

Kas makrodefiniitsioon on korrektne $\lambda^{\rightarrow}$ -s? Koosta tüüpimispuu.

Ülesanne

Kas termile $\lambda f\ g\ x. f\ (g\ x)$ vastab term $\lambda^{\rightarrow}$ -s?
Püüa koostada tüüpimispuu.

Ülesanne

Kas termile $\lambda x. x\ x$ vastab term $\lambda^{\rightarrow}$ -s?
Püüa koostada tüüpimispuu.

Motivatsioon

Tahame mõelda kõrgel tasemel: $term \rightsquigarrow väärtus$
(kuigi täpset väärtust me ette ei tea)

λ -arvutus alustab teisest otsast: $\text{add } 4 \ 5 \rightarrow 9$, $(\lambda x.x) \ 7 \rightarrow 7$

Mis on puudu, et saaks kõrgemal tasemel mõelda?

- Väärtustamise termineeruvus.
- Kooskõlalikus reeglite ja mõistete vahel.
 - 1 Tahtmatu järjekorrast sõltumine.
 - 2 Eelduste ja garantiide järgimine teisendusreeglites.

Vaja on *termi kooskõlalisuse omadust*.

Kooskõlalisus

Millist termi omadust me soovime?

- Tahame süntaktilist omadust, mida on kiire kontrollida.
- Üldjuhul tahame lubada ka lõpmatult töötavaid programme.

Lahendus: *tüübisüsteemid*, kus tüübiohutus ongi sisuliselt kooskõlalisus.

Tüübiohutus

- **Tüübiohutus:**
Korrektstelt tüübitud programmid "ei lähe valesti".
- Hind:
 - Mõned mõistlikud programmid hüljatakse.
- Koosneb kahest osast:
 - **Progress:** Korrektstelt tüübitud ei ole tupikus (ta on kas väärtus või saab teha ühe väärtustusreeglitele vastava sammu).
 - **Säilitamine:** Kui korrektstelt tüübitud term teeb ühe sammu, siis ka resultaat on korrektstelt tüübitud.

Lihtsad tüübitud λ -arvutuse tüüpimisrelatsioon

- Baasrelatsioon on kujul $\Gamma \vdash e : \tau$ (*term e on tüüpi τ kontekstis Γ*)
 - Γ on muutujast ja tüübist paaride hulk $\{x_1 : \tau_1, \dots, x_n : \tau_n\}$.
 - Korrektsses tüüpimisrelatsioonis peab olema $FV(e) \subseteq \{x_1, \dots, x_n\}$.
- Lihtsalt tüübitud λ -arvutuse tüüpimisreeglid:

$$\frac{c \text{ on } \tau \text{ tüüpi konstant}}{\Gamma \vdash c : \tau} \text{ con}$$

$$\frac{\Gamma, x : \sigma \vdash e : \tau}{\Gamma \vdash \lambda x : \sigma. e : \sigma \rightarrow \tau} \text{ abs}$$

$$\frac{}{\Gamma, x : \tau \vdash x : \tau} \text{ var}$$

$$\frac{\Gamma \vdash e_1 : \sigma \rightarrow \tau \quad \Gamma \vdash e_2 : \sigma}{\Gamma \vdash e_1 e_2 : \tau} \text{ app}$$

kus $x \notin \text{dom}(\Gamma)$.

- Programm (s.o. kinnine term) e on tüüpi τ , kui tal on see tüüp tühjas kontekstis $\vdash e : \tau$.