Algoritmid ja andmestruktuurid
Kontrolltöö nr. 1 lahendused

Variant A

22. oktoober 2001. a.

1. Leida võimalikult lihtne Θ-hinnang funktsioonile $3n^2 + 2(\log n)^3$.
   Lahendus.
   Esimene liidetav on $O(n^2)$ $[1^0]$.
   Teine liidetav on korrutis: $2 \log n \log n \log n$.
   Konstant 2 on $O(1)$ $[1^0]$;
   $\log n$ on $O(n)$ $[8^0]$;
   $\log n$ on $O(\sqrt{n})$ $[8^0]$;
   $\log n$ on $O(\sqrt{n})$ $[8^0]$.
   Korrutise hinnang on tegurite hinnangute korrutis $[6^0]$, järelikult ka teine liidetav on $O(n^2)$.
   Summa $3n^2 + 2(\log n)^3$ hinnang on seega $O(n^2)$ $[2^0]$.
   Teiselt poolt, n^2 on $O(3n^2 + 2(\log n)^3)$, sest $n^2 < 3n^2 + 2(\log n)^3$ iga naturaalarvu n korral.
   Kokkuvõttes, $3n^2 + 2(\log n)^3$ on $\Theta(n^2)$.

2. Hinnata algoritmi ajalist keerukust, kui lahendusaeg T avaldub kujul $T(n) = 9T(n/3) + 3n$.
   Lahendus.
   Püüame kasutada põhiteoreemi [lk 19]:
   antud juhul $a = 9;\ b = 3;\ log_3 9 = 2;\ f(n) = 3n$.
   Sobib esimene tingimus (kui võtta nt $\epsilon = 1$), sest $3n$ on $O(n^{2-1})$.
   Seega on antud algoritm ajalise keerukusega $O(n^2)$.

3. Kirjutada mingi 11-tipuline puu vasaku ja parema suluesitusena ning vastava kahendpuu tippude loetelu ees- ja keskjärjestuses.
   Lahendus.
   Puu vasaku suluesitusena: $A(B(E(I,J),F),C(G,H(K)),D)$.
   Sama puu parema suluesitusena: $(((I,J)E,F)B,(G,(K)H)C,D)A$.
   Sellele puule vastava kahendpuu tippude loetelu eesjärjestuses on antud puu vasaku suluesitusega, seega $ABEIJFCGHKD$.
   Sellele puule vastava kahendpuu tippude loetelu keskjärjestuses on antud puu parema suluesitusega, seega $IJEFBGKHCDA$.

4. AVL-puust tipu eemaldamisel saadi tasakaalustamata puu, mille kõik lehed on samal tasemel;
   a) joonistada sellise puu näide (vähemalt 9 tippu);
   b) tasakaalustada see puu;
   c) joonistada saadud kahendpuule vastav harilik puu (mets).
   Lahendus: vt fail kt1AFall01Lah4.ppt

5. Alltoodud üheksandat järku B-puu fragmendis
   a) täita tühjad võtmekohad sobivate väärtustega;
   b) kirjeldada, kuidas eemaldatakse 612;
   c) joonistada pärast eemaldamist saadud fragment.
   Lahendus: vt fail kt1AFall01Lah4.ppt