Kontrolltöö nr.5 20.05.98

A1. Tõestada, leides nõrgimad tingimused Q_1, Q_2, Q_3, Q_4

- - - $y - 1,49 < x < y + 0,51$
- - - Q_4
$a := |x - y| - 0,5$
$b := -|x - y| - 0,5$
- - - Q_3
–
$x < y$?
- - - Q_2
$x := b + 1$; $y := b$
←
- - - Q_1
$y := a + 1$; $x := a$
–
- - - $(|(a + b)(b - x)(a - y)| \le 5) \wedge (x^2 < y^2)$

Lahendus:

$Q_1 \Leftrightarrow (|b^2 - a^2| \le 5) \wedge (a > -0,5)$
$Q_2 \Leftrightarrow (|a^2 - b^2| \le 5) \wedge (b < -0,5)$
$Q_3 \Leftrightarrow (x < y) \wedge Q_2 \vee (x \ge y) \wedge Q_1 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow [(x < y) \wedge (b < -0,5) \vee (x \ge y) \wedge (a > -0,5)] \wedge (|a^2 - b^2| \le 5)$
$Q_4 \Leftrightarrow [(x < y) \wedge (|x - y| > 0) \vee (x \ge y) \wedge (|x - y| > 0)] \wedge (2|x - y| \le 5) \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (|x - y| > 0) \wedge (2|x - y| \le 5) \Leftrightarrow (x \ne y) \wedge (-2,5 \le x - y \le 2,5)$

Eeltingimusest $y - 1,49 < x < y + 0,51 \Leftrightarrow -1,49 < x - y < 0,51$ järeldub küll konjunktsiooni Q_4 teine liige, kuid mitte esimene.

Vastus: algoritm ei ole korrektne - annab õige tulemuse vaid juhtudel $x \ne y$.

A2. Tõestada

- - - $n > 5$
$s := 0,5$
$k := 2$
=
$k < n$?
$m := k + 1$
$s := s + 1/(km)$
$k := m$
=
- - - $1 - s = 1/n$

Lahenduse idee:
osalise korrektsuse tõestus põhineb invariandil $(1 - s = 1/k) \wedge (k \le n)$,
tsükli lõplikkuse tõestus avaldisel $n - k$.

B1. Tõestada, leides nõrgimad tingimused Q_1, Q_2, Q_3

- - - $0 < |a - b| - 0,51 < 1,49$
- - - Q_3
–
$a < b$?
- - - Q_2
$a := 0,5 - |a - b|$
$b := a - 1$
←
- - - Q_1
$b := 0,5 + |a - b|$
$a := b - 1$
–
- - - $(a^2 < b^2 - 1) \wedge (|(a^2 - b^2)(a - b)| \leq 4)$

Vastus:

$Q_1 \Leftrightarrow Q_2 \Leftrightarrow 0,5 < |a - b| \leq 2$
$Q_3 \Leftrightarrow (a < b) \wedge Q_2 \vee (a \geq b) \wedge Q_1 \Leftrightarrow 0,5 < |a - b| \leq 2$
$0 < |a - b| - 0,51 < 1,49 \Leftrightarrow 0,51 < |a - b| < 2 \Rightarrow 0,5 < |a - b| \leq 2 \Leftrightarrow Q_3$

B2. Tõestada

- - - $n > 4$
$j := 2$
$b := 1/j$
=
$j < n$?
$m := j + 1$
$a := jm$
$b := b + 1/a$
$j := m$
=
- - - $b = 1 - 1/n$

Lahenduse idee:

osalise korrektsuse tõestus põhineb invariandil $(b = 1 - 1/j) \wedge (j \leq n)$,
tsükli lõplikkuse tõestus avaldisel $n - j$.