Graafide eksami teooriaküsimused

5. jaanuar 2005

1. Defineeri graaf, lihtgraaf, ahel, lihtahel, tsükkel, kahealuseline graaf. (**4 punkti**)
2. Olgu G lihtgraaf. Näita, et suvalisest kahest järgnevast väitest järeldub kolmas:
   - G on sidus
   - G on tsükliteta
   - G servade arv on ühe võrra väiksem kui tippude arv. (**5+5+5 punkti**)
3. Defineeri mets ja puu. (**2 punkti**)
4. Näita, et puu on kahealuseline graaf. (**5 punkti**)
5. Defineeri graafi vastavus, maksimaalne vastavus ja kooskõla. (**4 punkti**)
6. Näita, et regulaarses kahealuselises graafis leidub kooskõla. Kui näitamisel kasutada Halli teoreemi, siis tuleb see sõnastada, aga ei pea tõestama. (**15 punkti**)
7. Defineeri Ramsey arvud $r(k, l)$. (**5 punkti**)
8. Näita, et kui $k > 1$, siis $r(k, k) \geqslant 2^{k/2}$. (**15 punkti**)

Materjale võib üks kord viie minuti jooksul vaadata. Palun mulle vaatamissoovist märku anda.

Graafide eksami ülesanded

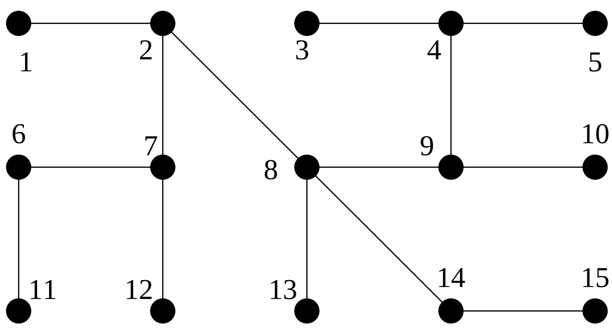
5. jaanuar 2005

1. **(7 punkti)** Olgu G lihtgraaf, kus on n tippu, m serva ja k sidususkomponenti. Näita, et siis $m \leqslant (n-k)(n-k+1)/2$.

2. **(8 punkti)** Olgu Q saadud graafist Q_3, lisades talle ühe serva, mis vastab kuubi diagonaalile (s.t. serv on lisatud tippude vahele, mille kaugus Q_3-s on 3). Kas Q on tasandiline? Põhjenda.

3. **(10 punkti)** Olgu G lihtgraaf, mis pole ei täisgraaf ega ka kolmega jaguva pikkusega tsükkel. Näita, et ükskõik, kuidas me ka G tippe korrektselt $\chi(G)$ värviga ei värviks, leiduvad alati kaks samavärvilist tippu, mis on teineteisest kaugusel 2.

4. **(5 punkti)** Leia järgmise märgendatud puu Prüferi kood.



5. **(5 punkti)** Leia märgendatud puu märgendite hulgaga $\{1, 2, \ldots, 14\}$ ja Prüferi koodiga $(5, 4, 3, 4, 6, 4, 5, 3, 4, 8, 2, 5)$.

Ülesannete eest saab ülimalt 25 punkti. Materjalide kasutamine on lubatud.
(enne materjalide kasutamist tuleb teooriaküsimuste vastused ära anda)