Graafide eksami teooriaküsimused

13. jaanuar 2005

1. Defineeri Euleri ahel, Euleri graaf ja pool-Euleri graaf **(4 punkti)**.
2. Sõnasta ja tõesta Euleri leitud tarvilik ja piisav tingimus selleks, et graaf oleks Euleri graaf **(10 punkti)**.
3. Defineeri graafi sild, lõiketipp ja blokk **(3 punkti)**.
4. Näita, et $v \in V(G)$ on graafi G lõiketipp parajasti siis, kui leiduvad mingid tipud $u, w \in V(G) \setminus \{v\}$ nii, et suvaline ahel tipust u tippu w läbib tippu v **(10 punkti)**.
5. Defineeri võrk, võrgu lähe ja suue, voog võrgus, voo väärtus, suurendav tee **(5 punkti)**.
6. Näita, et kui võrgus leidub mingi voo suhtes suurendav tee lähtest suudmesse, siis see voog pole maksimaalne **(15 punkti)**.
7. Defineeri graafi kooskõla ja maksimaalne kooskõla **(3 punkti)**.
8. Sõnasta ja tõesta Halli teoreem. Tõestuses võib kasutada Berge'i teoreemi, kui seda kasutatakse, siis tuleb ta sõnastada, aga ei pea tõestama **(15 punkti)**.

Materjale võib üks kord viie minuti jooksul vaadata. Palun mulle vaatamissoovist märku anda.

Graafide eksami ülesanded

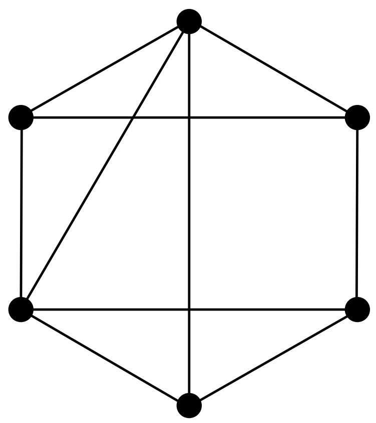
13. jaanuar 2005

1. **(10 punkti)** Näita, et ei ole olemas sellist vähemalt viie tipuga graafi $G = (V, E)$, et suvalise 4-elemendilise tipuhulga $V' \subset V$ jaoks $G[V] \cong C_4$.

2. **(10 punkti)** Olgu $v \in V(G)$ graafi G lõiketipp. Näita, et v ei ole graafi $\overline{G}$ lõiketipp.

3. **(5 punkti)** Olgu tasandil antud mingid sirged $s_1, \ldots, s_n$, nii et ei leidu punkti, kus lõikuvad kolm või enam sirget. Olgu graafi G tippudeks nende sirgete (paarikaupa) lõikepunktid. Kaks tippu olgu servaga ühendatud parajasti siis, kui nad asuvad samal sirgel ja nende vahel teisi tippe ei ole. Näita, et saadud graafi tipud on korrektselt värvitavad kolme värviga.

4. **(10 punkti)** Leia alltoodud graafi kromaatiline polünoom.



Ülesannete eest saab ülimalt 25 punkti. Materjalide kasutamine on lubatud. (enne materjalide kasutamist tuleb teooriaküsimuste vastused ära anda)