Krüptoloogia I

(MTAT.07.002, 4 AP)

Loengud ja	T 12-16	aud. 404
Praktikumid:	N 8-12	aud. 404

koduleht:

`http://www.ut.ee/~peeter_l/teaching/kryptoi07s`

(sisaldab loengumaterjale)

Hinde saamiseks: kodused ülesanded ja ülesannete lahendamisest koosnev eksam

Funktsionaalsus: Süsteemi omadus teha neid asju, mida me tahame, et ta teeks.

Turvalisus: Süsteemi omadus mitte teha neid asju, mida me tahame, et ta ei teeks.

- (käideldavust arvestamata)

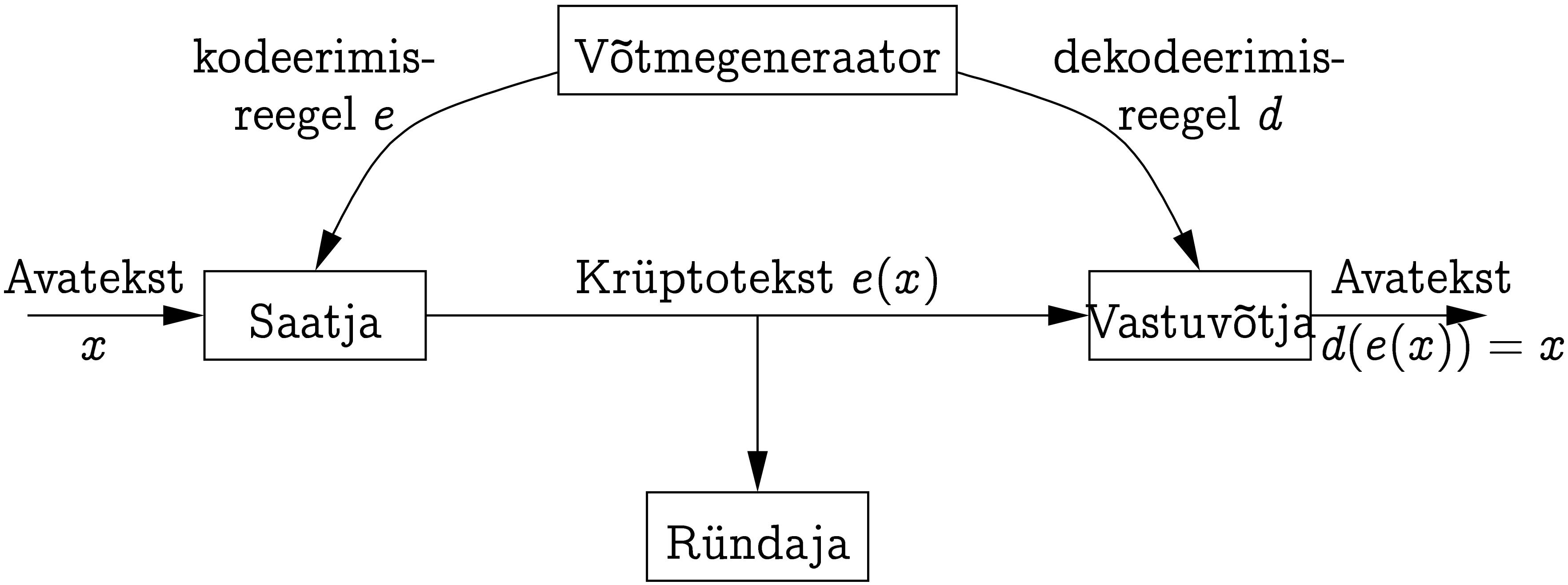
Krüptograafia: Matemaatilised meetodid süsteemi turvalisuse tagamiseks.

Krüptoanalüüs: Matemaatilised meetodid krüptograafia murdmiseks.

Krüptoloogia: Krüptograafia ja krüptoanalüüs koos.

Käesoleva kursuse materjalikästilus on rohkem laiuti kui sügavuti.

Šifreerimine ja dešifreerimine:

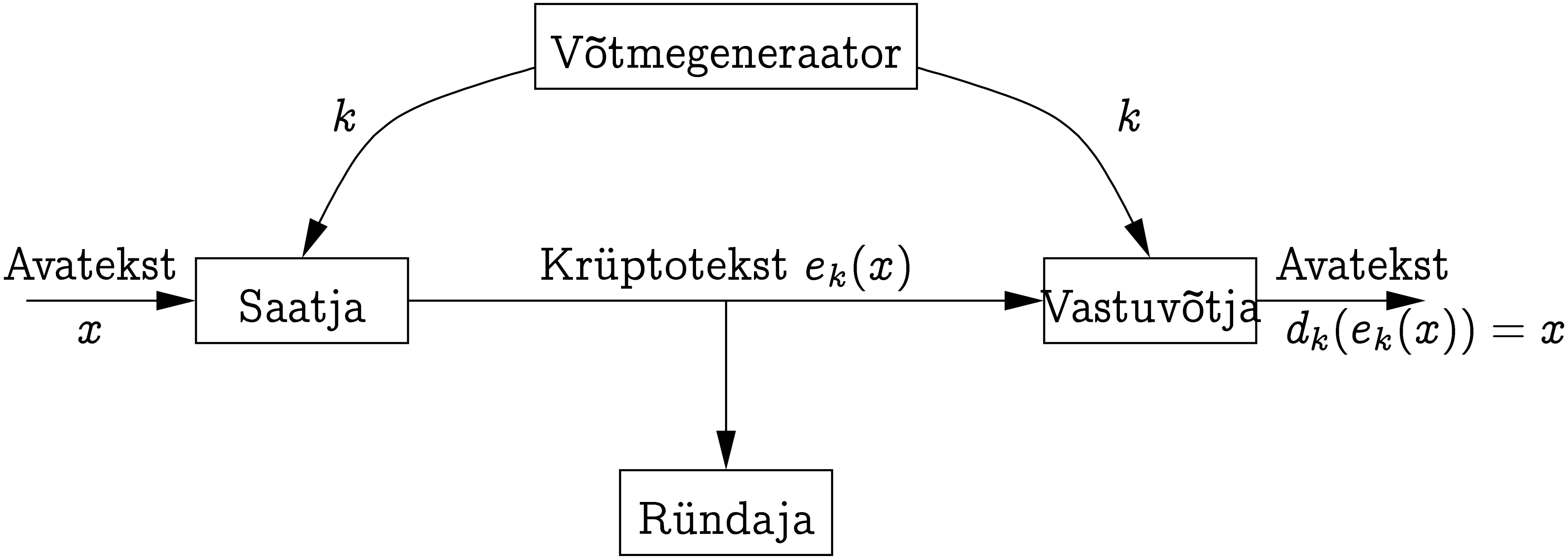


kodeerimis- ja dekodeerimisreegel peaksid olema lühidalt kirjeldatavad.

Krüptosüsteem on viisik $(\mathcal{P}, \mathcal{C}, \mathcal{K}, \mathcal{E}, \mathcal{D})$, kus

- $\mathcal{P}$ on kõigi võimalike avatekstide hulk;
  - Sageli Σ^* mingi sobiva tähestiku Σ jaoks.
- $\mathcal{C}$ on kõigi võimalike krüptotekstide hulk;
- $\mathcal{K}$ on kõigi võimalike võtmete hulk;
- $\mathcal{E}$ on kodeerimis- ning $\mathcal{D}$ dekodeerimisreeglite hulk.
  - Kui $e \in \mathcal{E}$, siis $e : \mathcal{P} \longrightarrow \mathcal{C}$.
  - Kui $d \in \mathcal{D}$, siis $d : \mathcal{C} \longrightarrow \mathcal{P}$.
- Iga $k \in \mathcal{K}$ jaoks leiduvad $e_k \in \mathcal{E}$ ja $d_k \in \mathcal{D}$, nii et $d_k \circ e_k$ on samasusteisendus $\mathcal{P}$-l.

Šifreerimine ja dešifreerimine:



kodeerimis- ja dekodeerimisreeglit kirjeldab k.

Vanad kreeklased, eriti spartalased, kasutasid krüptosüsteemina vahendit nimega $\sigma\kappa\upsilon\tau\acute{\alpha}\lambda\eta$ (*skytale*; pulk).

Dešifreerimiseks oli tarvis sama jämedusega pulka. Võti — pulga jämedus.

Kui teksti pikkus ei jagu täpselt ühele ringile mahtuvate tähtede arvuga, siis lisame lõppu mõttetud tähti.

Krüptoanalüüs: võtmeruumi täielik läbivaatus.

Ülesanne: murra lahti järgmine (ingliskeelne) *skytale*ga šifreeritud tekst (tühikute asemel on _):

```
Frh_a_rateolldre_f_ie_du_aedo_ntrs_ubfhm_ytaae_ae_
cs_o_likhwfslnwie_mo_aostawttnthl_heaeelserbr__u_s
lnGunu_e_anzno_slrycfepaexh_nixgwatdryav
```

Krüptotekst:

Frh_a_rateolldre_f_ie_du_aedo_ntrs_ubfhm_ytaae_ae_
cs_o_likhwfslnwie_mo_aostawttnthl_heaeelserbr__u_s
lnGunu_e_anzno_slrycfepaexh_nixgwatdryav

Dekodeerimine *skytale*ga diameetriga 2:

Fhartolr__ed_eonr_bh_ta_ec__ihflwem_otwttlhaesrr__
lGn__nn_lyfpehnxwtrar__aeldefi_uad_tsufmyaea_solkw
sni_oasatnh_eeleb_usnuueazosrceax_igadyv

Krüptotekst:

Frh_a_rateolldre_f_ie_du_aedo_ntrs_ubfhm_ytaae_ae_
cs_o_likhwfslnwie_mo_aostawttnthl_heaeelserbr__u_s
lnGunu_e_anzno_slrycfepaexh_nixgwatdryav

Dekodeerimine *skytale*ga diameetriga 3:

F_rele___dnsbmtees_kfneooathhesb_sGu_z_rfahiwdaraa
od_idaot_f_a___lhsw__swnleeerulu_ansyee_xarvh_tlrf
eue_ruhyaacoiwlimattt_alr__nnenolcpxngty

Krüptotekst:

```
Frh_a_rateolldre_f_ie_du_aedo_ntrs_ubfhm_ytaae_ae_
cs_o_likhwfslnwie_mo_aostawttnthl_heaeelserbr__u_s
lnGunu_e_anzno_slrycfepaexh_nixgwatdryav
```

Dekodeerimine *skytale*ga diameetriga 4:

```
Fatl_e_orb_ae_ifwmowther_ln_nlfenwrr_edf_a_sfye_ok
siosthelbunuaorexiayhror_den_ht_c_hle_ttlasr_G_n_y
phxta_aleiudtumaaslwn_aan_ee_suezsca_gdv
```

Krüptotekst:

```
Frh_a_rateolldre_f_ie_du_aedo_ntrs_ubfhm_ytaae_ae_
cs_o_likhwfslnwie_mo_aostawttnthl_heaeelserbr__u_s
lnGunu_e_anzno_slrycfepaexh_nixgwatdryav
```

Dekodeerimine *skytale*ga diameetriga 5:

```
F_oeeanu_eclfi_ates_lunsfxxdrrl__etby_siseawhae_n_
zlehgrhalfddrfta_kl_otleruGenrp_wy_td_uoshaeohnmst
_eb_u_oyanaaaeri___ma__wwotnhlrsna_ceitv
```

Krüptotekst:

Frh_a_rateolldre_f_ie_du_aedo_ntrs_ubfhm_ytaae_ae_
cs_o_likhwfslnwie_mo_aostawttnthl_heaeelserbr__u_s
lnGunu_e_anzno_slrycfepaexh_nixgwatdryav

Dekodeerimine *skytale*ga diameetriga 6:

Frl__nbte_feoths_G__fhwaradiatfa_ls_sneeuuase_avht
reerhacilmttar_nnlpnt_ee_dsmesknoahebsuzraidao_do_
___hw_wlerl_nyexr_lfu_uyaowiat_l_neocxgy

Krüptotekst:

`Frh_a_rateolldre_f_ie_du_aedo_ntrs_ubfhm_ytaae_ae_`
`cs_o_likhwfslnwie_mo_aostawttnthl_heaeelserbr__u_s`
`lnGunu_e_anzno_slrycfepaexh_nixgwatdryav`

Dekodeerimine *skytale*ga diameetriga 7:

`Far_out_in_the_uncharted_backwaters_of_the_unfashi`
`onable_end_of_the_western_spiral_arm_of_the_Galaxy`
`_lies_a_small_unregarded_yellow_sunzyxwv`

Skytale on näide ümberpaigutusšifrist.

Tähed jäävad samaks, järjekord muutub.

Järgmine näide on asendusšifrist.

Tähed jäävad sama koha peale, aga muutuvad millekski muuks.

Jäägiklassiring $\mathbb{Z}_n$:

- elemendid $\{0, 1, \ldots, n-1\}$;
- liitmine ja korrutamine: nagu $\mathbb{Z}$-s, kuid *modulo* n.

Samastame ladina tähestiku ja ringi $\mathbb{Z}_{26}$: A $\equiv$ 0, B $\equiv$ 1, …, Z $\equiv$ 25.

Nihkešiffer:

- $\mathcal{K} = \mathbb{Z}_{26}$.
- e_k: asendame iga tähe x kodeeritavas tekstis tähega $x + k$.
- d_k: asendame iga tähe x dekodeeritavas tekstis tähega $x - k$.

Tuntud ka kui Caesari šiffer.

ROT13 on nihkešiffer võtmega 13.

Näide:

- avatekst: „Quidquid latine dictum sit, altum viditur"
- võti: 5

x	ABC DEF GHI JKL MNO PQR STU VWX YZ
$e_5(x)$	FGH IJK LMN OPQ RST UVW XYZ ABC DE

- krüptotekst „Vznivzni qfynsj inhyzr xny, fqyzr aninyzw"

Krüptoanalüüs: võtmeruumi täielik läbivaatus.

Ülesanne: murra lahti järgmine ingliskeelne nihkešifriga šifreeritud tekst:

Obr gc hvs dfcpzsa fsaowbsr; zchg ct hvs dscdzs ksfs asob, obr acgh ct hvsa ksfs awgsfopzs, sjsb hvs cbsg kwhv rwuwhoz kohqvsg.

Ülesanne: murra lahti järgmine ingliskeelne nihkešifriga šif-reeritud tekst:

Obr gc hvs dfcpzsa fsaowbsr; zchg ct hvs dscdzs ksfs asob, obr acgh ct hvsa ksfs awgsfopzs, sjsb hvs cbsg kwhv rwuwhoz kohqvsg.

26 võtme läbiproovimine pole keeruline, aga. . .

Ülesanne: murra lahti järgmine ingliskeelne nihkešifriga šifreeritud tekst:

Obr gc hvs dfcpzsa fsaowbsr; zchg ct hvs dscdzs ksfs asob, obr acgh ct hvsa ksfs awgsfopzs, sjsb hvs cbsg kwhv rwuwhoz kohqvsg.

26 võtme läbiproovimine pole keeruline, aga. . .

Krüptotekstis esineb mitmel korral sõna „hvs“.

Ülesanne: murra lahti järgmine ingliskeelne nihkešifriga šifreeritud tekst:

Obr gc hvs dfcpzsa fsaowbsr; zchg ct hvs dscdzs ksfs asob, obr acgh ct hvsa ksfs awgsfopzs, sjsb hvs cbsg kwhv rwuwhoz kohqvsg.

26 võtme läbiproovimine pole keeruline, aga...

Krüptotekstis esineb mitmel korral sõna „hvs“.

Kas sellele vastav avatekst võiks olla „the“?

$$\text{hvs} \equiv 7, 21, 18$$

$$\text{the} \equiv 19, 7, 4$$

$e_k(x) = x + k$, seega $k = e_k(x) - x$.

$7 - 19 = 21 - 7 = 18 - 4 = 14 \pmod{26}$

Krüptotekst:

Obr gc hvs dfcpzsa fsaowbsr; zchg ct hvs dscdzs ksfs asob, obr acgh ct hvsa ksfs awgsfopzs, sjsb hvs cbsg kwhv rwuwhoz kohqvsg.

Dekodeeritud võtmega 14:

And so the problem remained; lots of the people were mean, and most of them were miserable, even the ones with digital watches.

Nihkešiffer on erijuht asendusšifrist.

- Võti: tähestiku Σ mingi permutatsioon σ.
- e_σ: asendame iga tähe x kodeeritavas tekstis tähega $\sigma(x)$.
- d_σ: asendame iga tähe x dekodeeritavas tekstis tähega $\sigma^{-1}(x)$.

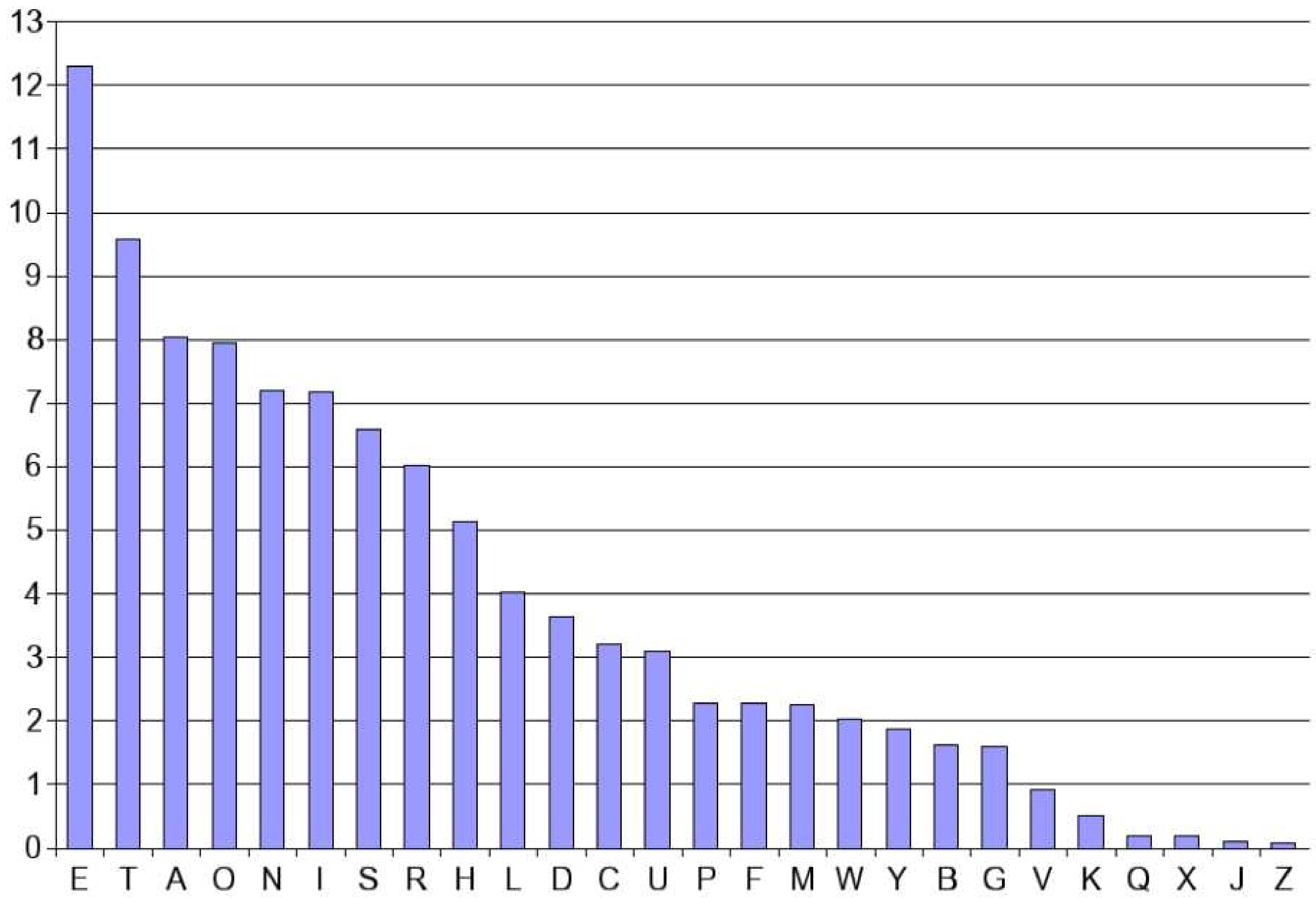
Krüptoanalüüs: võtmeid on $\geqslant 4 \cdot 10^{26}$, seega võtmeruumi ei saa läbi vaadata.

Murtav tähesagedusi analüüsides.

Tähesagedused inglise keeles (%):

A	$8,05$	H	$5,14$	O	$7,94$	U	$3,10$
B	$1,62$	I	$7,18$	P	$2,29$	V	$0,93$
C	$3,20$	J	$0,10$	Q	$0,20$	W	$2,03$
D	$3,65$	K	$0,52$	R	$6,03$	X	$0,20$
E	$12,31$	L	$4,03$	S	$6,59$	Y	$1,88$
F	$2,28$	M	$2,25$	T	$9,59$	Z	$0,09$
G	$1,61$	N	$7,19$				

Allikas: Jan Willemson, "Sissejuhatus krüptoloogiasse".


0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
E T A O N I S R H L D C U P F M W Y B G V K Q X J Z

Sagedasemad tähepaarid:

th	1.52	ha	0.56	is	0.46	se	0.08
he	1.28	es	0.56	or	0.43	le	0.08
in	0.94	st	0.55	ti	0.34	sa	0.06
er	0.94	en	0.55	as	0.33	si	0.05
an	0.82	ed	0.53	te	0.27	ar	0.04
re	0.68	to	0.52	et	0.19	ve	0.04
nd	0.63	it	0.50	ng	0.18	ra	0.04
at	0.59	ou	0.50	of	0.16	ld	0.02
on	0.57	ea	0.47	al	0.09	ur	0.02
nt	0.56	hi	0.46	de	0.09		

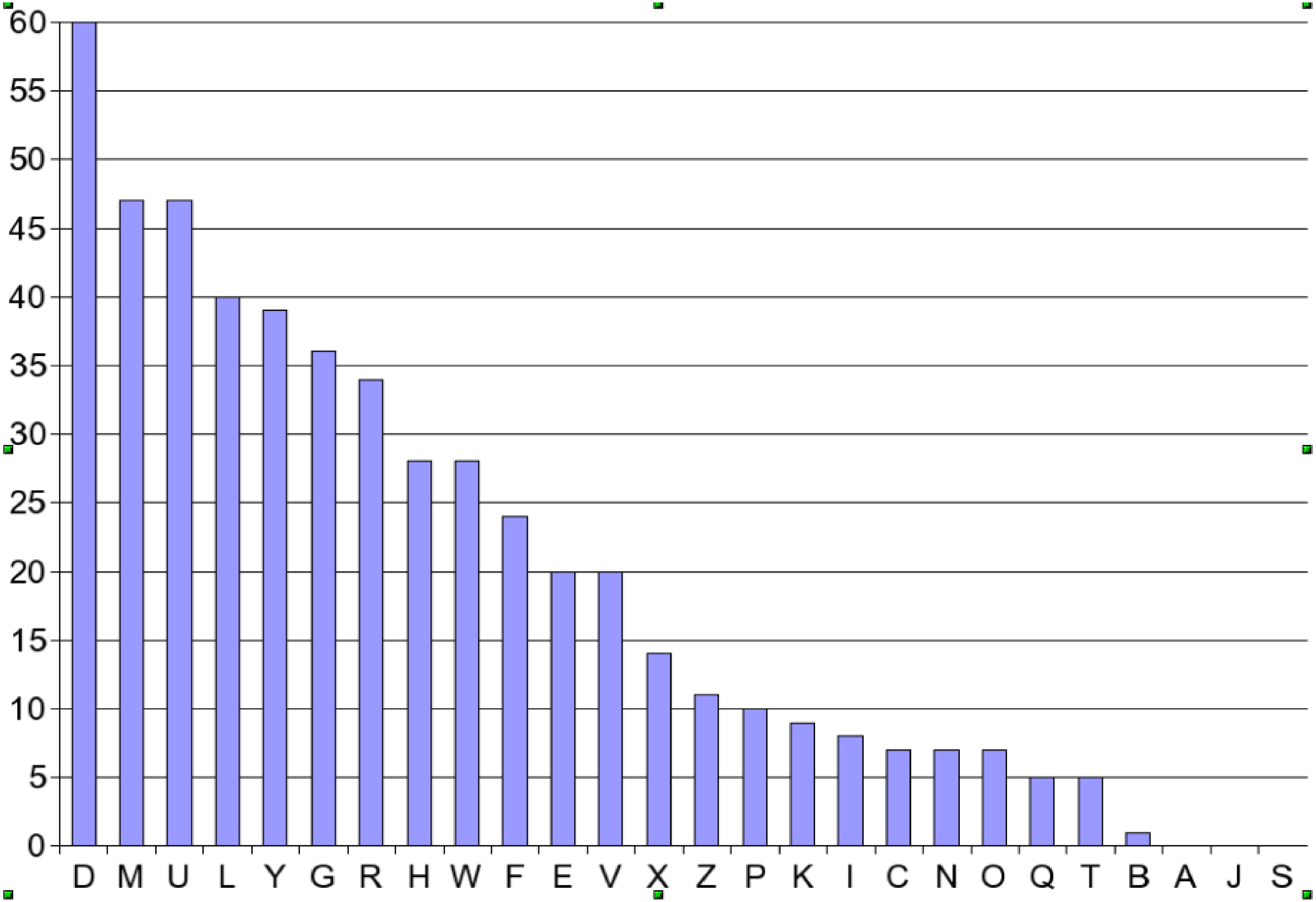
Sagedasemad tähekolmikud (kahanevalt): THE, ING, AND, HER, ERE, ENT, THA, NTH, WAS, ETH, FOR, DTH.

Ülesanne: murra lahti järgmine ingliskeelne asendusšifriga šifreeritud tekst:

Myd lwez odhrlw ilh vylp myd ylxrd vur gw uwz vuz rodngue vur Uhmyxh Fdwm, uwf myum vur lwez kdnuxrd gm yuoodwdf ml kd myd lwd yd egcdf gw. Yd yuf egcdf gw gm ilh uklxm myhdd zduhr, dcdh rgwnd yd yuf plcdf lxm li Elwflw kdnuxrd gm pufd ygp wdhclxr uwf ghhgmuked. Yd vur uklxm myghmz ur vdee, fuhq yughdf uwf wdcdh bxgmd um durd vgmy ygprdei. Myd mygwt myum xrdf ml vlhhz ygp plrm vur myd iunm myum odloed uevuzr xrdf ml urq ygp vyum yd vur ellqgwt rl vlhhgdf uklxm. Yd vlhqdf gw elnue hufgl vygny yd uevuzr xrdf ml mdee ygr ihgdwfr vur u elm plhd gwmdhdrmgwt myuw mydz ohlkukez mylxtym. Gm vur, mll - plrm li ygr ihgdwfr vlhqdf gw ufcdhmgrgwt.

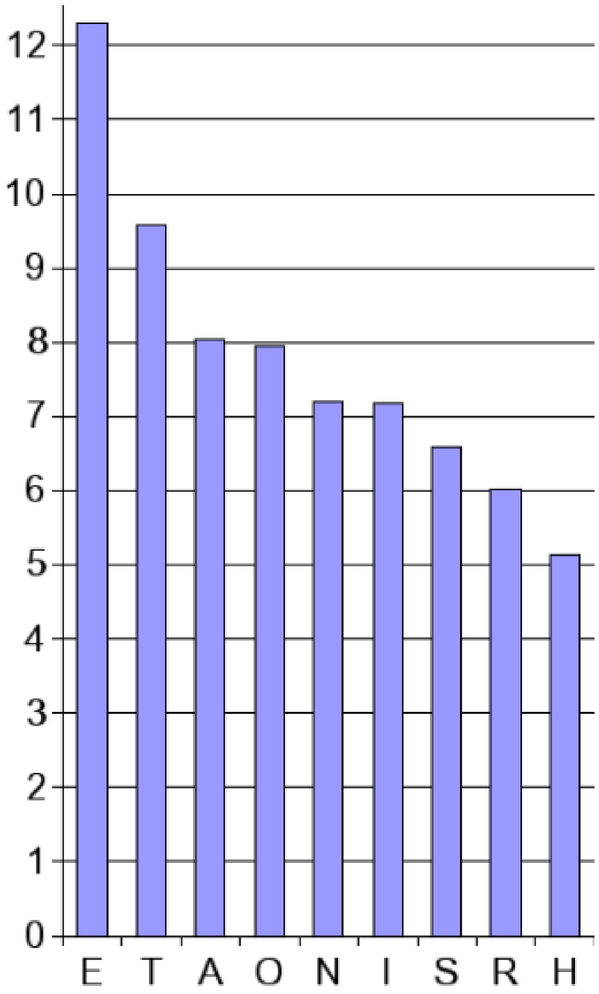
Esimene samm: loeme kokku, mitu korda mingi täht esineb.

a	0	h	28	o	7	u	47
b	1	i	8	p	10	v	20
c	7	j	0	q	5	w	28
d	60	k	9	r	34	x	14
e	20	l	40	s	0	y	39
f	24	m	47	t	5	z	11
g	36	n	7				

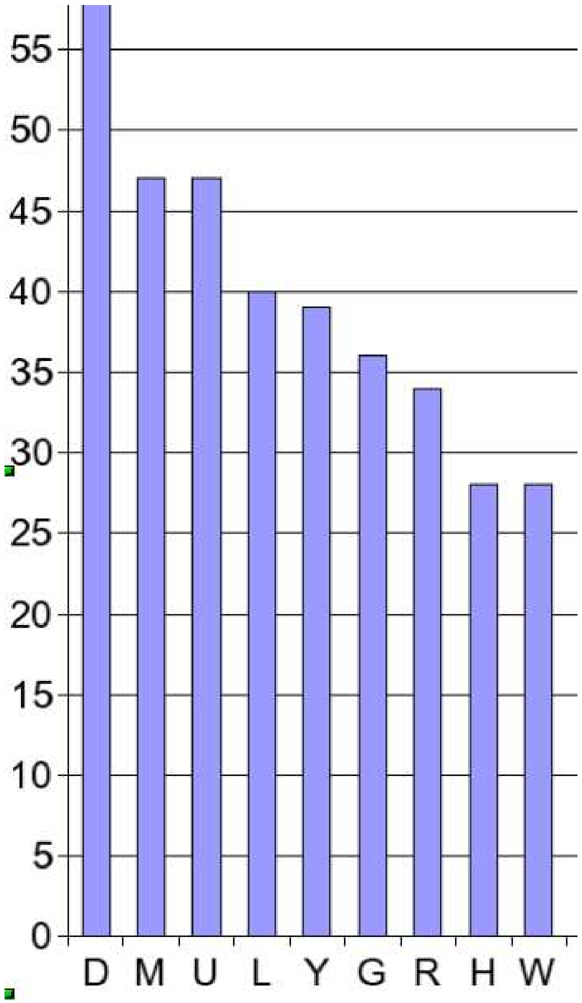


d krüptotekstis on ilmselt e avatekstis.

Mye lwez oehrlw ilh vylp mye ylxre vur gw uwz vuz roengue vur Uhmyxh Fewm, uwf myum vur lwez kenuxre gm yuooewef ml ke mye lwe ye egcef gw. Ye yuf egcef gw gm ilh uklxm myhee zeuhr, eceh rgwne ye yuf plcef lxm li Elwflw kenuxre gm pufe ygp wehclxr uwf ghhgmukee. Ye vur uklxm myghmz ur veee, fuhq yughef uwf weceh bxgme um eure vgmy ygpreei. Mye mygwt myum xref ml vlhhz ygp plrm vur mye iunm myum oeloee uevuzr xref ml urq ygp vyum ye vur ellqgwt rl vlhhgef uklxm. Ye vlhqef gw elnue hufgl vygny ye uevuzr xref ml meee ygr ihgewfr vur u elm plhe gwmehermgwt myuw myez ohlkukez mylxtym. Gm vur, mll - plrm li ygr ihgewfr vlhqef gw ufcehmgrgwt.



0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
E T A O N I S R H



0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
D M U L Y G R H W

Avateksti T — krüptoteksti M või U

Avateksti A ja O — krüptoteksti U/M, L, Y

jne.

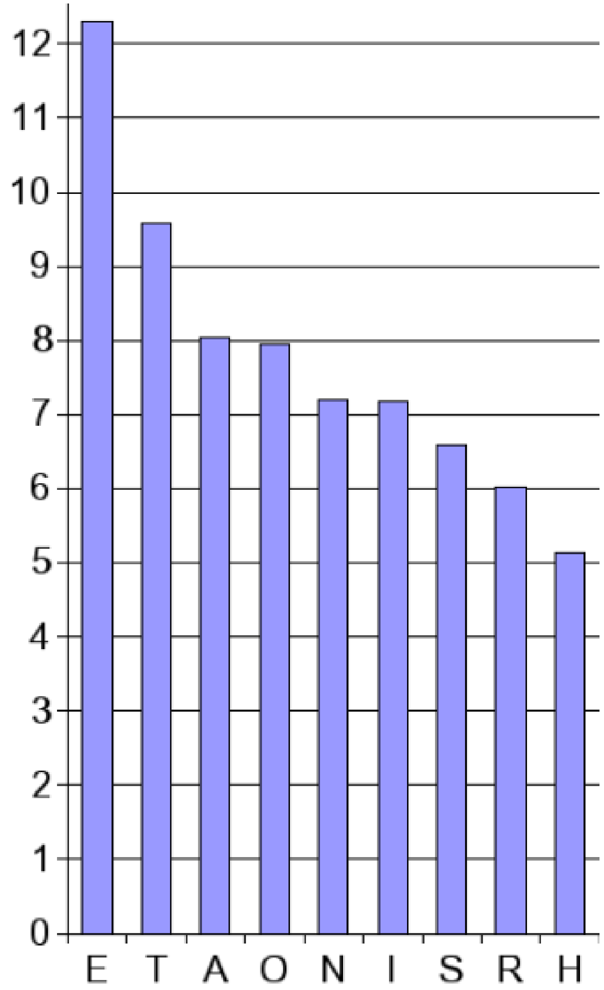
Loeme kokku sagedasemad tähepaarid. . .

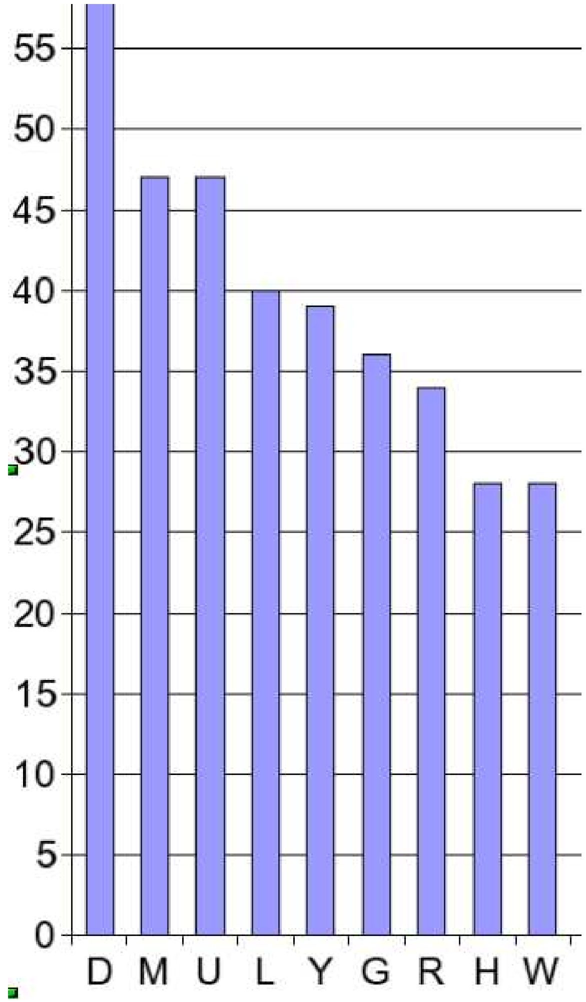
krüptotekst avatekst

my	16	yg	9	th	1.52	at	0.59
yd	13	yu	9	he	1.28	on	0.57
df	11	rd	8	in	0.94	nt	0.56
gw	11	gm	7	er	0.94	ha	0.56
ur	11	lh	7	an	0.82	es	0.56
vu	11	lx	7	re	0.68	st	0.55
		xr	7	nd	0.63	en	0.55

m (krüpto) — t(ava). y(krüpto) — h(ava).

The lwez oehrlw ilh vhlp the hlxre vur gw uwz vuz roengue vur Uhthxh Fewt, uwf thut vur lwez kenuxre gt huooewef tl ke the lwe he egcef gw. He huf egcef gw gt ilh uklxt thhee zeuhr, eceh rgwne he huf plcef lxt li Elwflw kenuxre gt pufe hgp wehclxr uwf ghhgtukee. He vur uklxt thghtz ur veee, fuhq hughef uwf weceh bxgte ut eure vgth hgpreei. The thgwt thut xref tl vlhhz hgp plrt vur the iunt thut oeloee uevuzr xref tl urq hgp vhut he vur ellqgwt rl vlhhgef uklxt. He vlhqef gw elnue hufgl vhgnh he uevuzr xref tl teee hgr ihgewfr vur u elt plhe gwtehertgwt thuw thez ohlkukez thlxtht. Gt vur, tll - plrt li hgr ihgewfr vlhqef gw ufcehtgrgwt.





eht dym

u(krüpto) on kas a või o(ava).

The lwez oehrlw ilh vhlp the hlxre vur gw uwz vuz roengue vur Uhthxh Fewt, uwf thut vur lwez kenuxre gt huooewef tl ke the lwe he egcef gw. He huf egcef gw gt ilh uklxt thhee zeuhr, eceh rgwne he huf plcef lxt li Elwflw kenuxre gt pufe hgp wehclxr uwf ghhgtukee. He vur uklxt thghtz ur veee, fuhq hughef uwf weceh bxgte ut eure vgth hgpreei. The thgwt thut xref tl vlhhz hgp plrt vur the iunt thut oeloee uevuzr xref tl urq hgp vhut he vur ellqgwt rl vlhhgef uklxt. He vlhqef gw elnue hufgl vhgnh he uevuzr xref tl teee hgr ihgewfr vur u elt plhe gwtehertgwt thuw thez ohlkukez thlxtht. Gt vur, tll - plrt li hgr ihgewfr vlhqef gw ufcehtgrgwt.

u(krüpto) on a(ava).

The lwez oehrlw ilh vhlp the hlxre var gw awz vaz roengae var Ahthxh Fewt, awf that var lwez kenaxre gt haooewef tl ke the lwe he egcef gw. He haf egcef gw gt ilh aklxt thhee zeahr, eceh rgwne he haf plcef lxt li Elwflw kenaxre gt pafe hgp wehclxr awf ghhgtakee. He var aklxt thghtz ar veee, fahq haghef awf weceh bxgte at eare vgth hgpreei. The thgwt that xref tl vlhhz hgp plrt var the iant that oeloee aevazr xref tl arq hgp vhat he var ellqgwt rl vlhhgef aklxt. He vlhqef gw elnae hafgl vhgnh he aevazr xref tl teee hgr ihgewfr var a elt plhe gwtehertgwt thaw thez ohlkakez thlxtht. Gt var, tll - plrt li hgr ihgewfr vlhqef gw afcehtgrgwt.

The lwez oehrlw ilh vhlp the hlxre var gw awz vaz roengae var Ahthxh Fewt, awf that var lwez kenaxre gt haooewef tl ke the lwe he egcef gw. He haf egcef gw gt ilh aklxt thhee zeahr, eceh rgwne he haf plcef lxt li Elwflw kenaxre gt pafe hgp wehclxr awf ghhgtakee. He var aklxt thghtz ar veee, fahq haghef awf weceh bxgte at eare vgth hgpreei. The thgwt that xref tl vlhhz hgp plrt var the iant that oeloee aevazr xref tl arq hgp vhat he var ellqgwt rl vlhhgef aklxt. He vlhqef gw elnae hafgl vhgnh he aevazr xref tl teee hgr ihgewfr var a elt plhe gwtehertgwt thaw thez ohlkakez thlxtht. Gt var, tll - plrt li hgr ihgewfr vlhqef gw afcehtgrgwt.

h(krüpto) on r(ava)

The lwez oerrlw ilr vhlp the hlxre var gw awz vaz roengae var Arthxr Fewt, awf that var lwez kenaxre gt haooewef tl ke the lwe he egcef gw. He haf egcef gw gt ilr aklxt three zearr, ecer rgwne he haf plcef lxt li Elwflw kenaxre gt pafe hgp werclxr awf grrgtakee. He var aklxt thgrtz ar veee, farq hagref awf wecer bxgte at eare vgth hgpreei. The thgwt that xref tl vlrrz hgp plrt var the iant that oeloee aevazr xref tl arq hgp vhat he var ellqgwt rl vlrrgef aklxt. He vlrqef gw elnae rafgl vhgnh he aevazr xref tl teee hgr irgewfr var a elt plre gwterertgwt thaw thez orlkakez thlxtht. Gt var, tll - plrt li hgr irgewfr vlrqef gw afcertgrgwt.

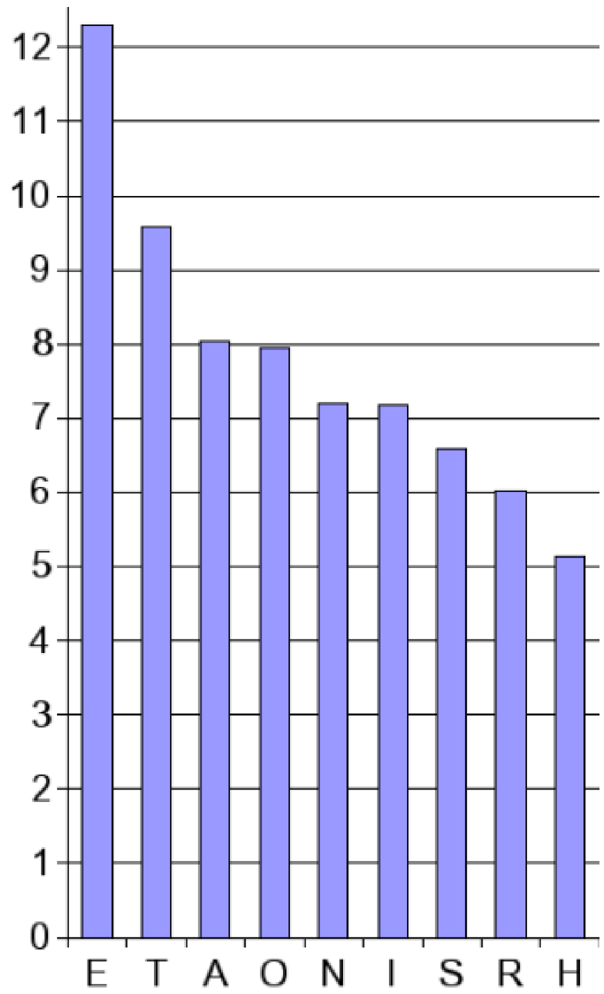
The lwez oerrlw ilr vhlp the hlxre var gw awz vaz roengae var Arthxr Fewt, awf that var lwez kenaxre gt haooewef tl ke the lwe he egcef gw. He haf egcef gw gt ilr aklxt three zearr, ecer rgwne he haf plcef lxt li Elwflw kenaxre gt pafe hgp wercl xr awf grrgtakee. He var aklxt thgrtz ar veee, farq hagref awf wecer bxgte at eare vgth hgpreei. The thgwt that xref tl vlrrz hgp plrt var the iant that oeloee aevazr xref tl arq hgp vhat he var ellqgwt rl vlrrgef aklxt. He vlrqef gw elnae rafgl vhgnh he aevazr xref tl teee hgr irgewfr var a elt plre gwterertgwt thaw thez orlkakez thlxtht. Gt var, tll - plrt li hgr irgewfr vlrqef gw afcertgrgwt.

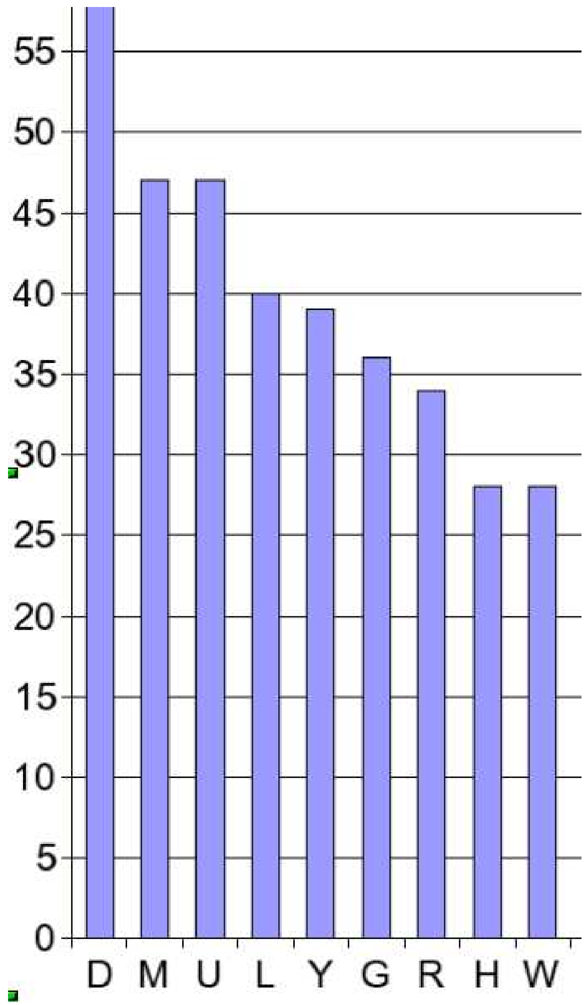
x(krüpto) on u(ava)

The lwez oerrlw ilr vhlp the hlure var gw awz vaz roengae var Arthur Fewt, awf that var lwez kenaure gt haooewef tl ke the lwe he egcef gw. He haf egcef gw gt ilr aklut three zearr, ecer rgwne he haf plcef lut li Elwflw kenaure gt pafe hgp werclur awf grrgtakee. He var aklut thgrtz ar veee, farq hagref awf wecer bugte at eare vgth hgpreei. The thgwt that uref tl vlrrz hgp plrt var the iant that oeloee aevazr uref tl arq hgp vhat he var ellqgwt rl vlrrgef aklut. He vlrqef gw elnae rafgl vhgnh he aevazr uref tl teee hgr irgewfr var a elt plre gwterertgwt thaw thez orlkakez thlutht. Gt var, tll - plrt li hgr irgewfr vlrqef gw afcertgrgwt.

The lwez oerrlw ilr vhlp the hlure var gw awz vaz roengae var Arthur Fewt, awf that var lwez kenaure gt haooewef tl ke the lwe he egcef gw. He haf egcef gw gt ilr aklut three zearr, ecer rgwne he haf plcef lut li Elwflw kenaure gt pafe hgp werclur awf grrgtakee. He var aklut thgrtz ar veee, farq hagref awf wecer bugte at eare vgth hgpreei. The thgwt that uref tl vlrrz hgp plrt var the iant that oeloee aevazr uref tl arq hgp vhat he var ellqgwt rl vlrrgef aklut. He vlrqef gw elnae rafgl vhgnh he aevazr uref tl teee hgr irgewfr var a elt plre gwterertgwt thaw thez orlkakez thlutht. <u>Gt</u> var, <u>tll</u> - plrt li hgr irgewfr vlrqef gw afcertgrgwt.

g(krüpto) ja l(krüpto) on täishäälikud.





aehrtu

udyhmx

g(krüpto) ja l(krüpto) esinevad sagedasti, y(ava) ei esine.
g(krüpto) on i(ava) ja l(krüpto) on o(ava).

The owez oerrow ior vhop the houre var iw awz vaz roeniae var Arthur Fewt, awf that var owez kenaure it haooewef to ke the owe he eicef iw. He haf eicef iw it ior akout three zearr, ecer riwne he haf pocef out oi Eowfow kenaure it pafe hip wercour awf irritakee. He var akout thirtz ar veee, farq hairef awf wecer buite at eare vith hipreei. The thiwt that uref to vorrz hip port var the iant that oeooee aevazr uref to arq hip vhat he var eooqiwt ro vorrief akout. He vorqef iw eonae rafio vhinh he aevazr uref to teee hir iriewfr var a eot pore iwterertiwt thaw thez orokakez thoutht. It var, too - port oi hir iriewfr vorqef iw afcertiriwt.

The owez oerrow ior vhop the <u>houre</u> var iw awz vaz roeniae var Arthur Fewt, awf that var owez kenaure it haooewef to ke the owe he eicef iw. <u>He haf</u> eicef iw it ior akout three zearr, ecer riwne he haf pocef out oi Eowfow kenaure it pafe hip wercour awf irritakee. He var akout thirtz ar veee, farq hairef <u>awf</u> wecer <u>buite</u> at eare <u>vith</u> hipreei. The thiwt that uref to vorrz hip port var the iant that oeooee aevazr uref to arq hip vhat he var eooqiwt ro vorrief akout. He vorqef iw eonae rafio vhinh he aevazr uref to teee hir iriewfr var a eot pore iwterertiwt thaw thez orokakez thoutht. <u>It var</u>, too - port oi hir iriewfr vorqef iw afcertiriwt.

r(krüpto) on s(ava). f(krüpto) on d(ava). b(krüpto) on q(ava). v(krüpto) on w(ava). w(krüpto) on n(ava).

The onez oerson ior whop the house was in anz waz soeniae was Arthur Dent, and that was onez kenause it haooened to ke the one he eiced in. He had eiced in it ior akout three zears, ecer sinne he had poced out oi Eondon kenause it pade hip nercous and irritakee. He was akout thirtz as weee, darq haired and necer quite at ease with hipseei. The thint that used to worrz hip post was the iant that oeooee aewazs used to asq hip what he was eooqint so worried akout. He worqed in eonae radio whinh he aewazs used to teee his iriends was a eot pore interestint than thez orokakez thoutht. It was, too - post oi his iriends worqed in adcertisint.

Ja nüüd on juba lihtne. . .

The only person for whom the house was in any way special was Arthur Dent, and that was only because it happened to be the one he lived in. He had lived in it for about three years, ever since he had moved out of London because it made him nervous and irritable. He was about thirty as well, dark haired and never quite at ease with himself. The thing that used to worry him most was the fact that people always used to ask him what he was looking so worried about. He worked in local radio which he always used to tell his friends was a lot more interesting than they probably thought. It was, too - most of his friends worked in advertising.

x	abcdefghijklmnopqrstuvwxyz
$\sigma(x)$	uknfditygsqepwlobhrmxcvjza

Asendusšifri kõikvõimalikud kodeerimisreeglid moodustavad rühma.

Sama kehtib nihkešifri jaoks.

- Iga $k, k' \in \mathcal{K}$ jaoks leidub $k'' \in \mathcal{K}$ nii, et $e_{k'} \circ e_k = e_{k''}$.
  - Nihkešifril $k'' = k + k'$, asendusšifril $k'' = k' \circ k$.
- Leidub võti $k \in \mathcal{K}$, et e_k on samasusteisendus.
- Iga $k \in \mathcal{K}$ jaoks leidub $k' \in \mathcal{K}$ nii, et $e_k = d_{k'}$.

Asendusšiffer on monoalfabeetiline, s.t. iga täht šifreeritakse alati samaks täheks.

Näitena polüalfabeetilisest šifrist vaatame Vigenère'i šifrit.

Põhimõtteliselt on tegemist erinevatele tekstipositsioonidele erineva võtmega nihkešifrite rakendamisega.

Näide: olgu meil võti „secret“ ja tekst „this has been hidden well“. Võti on siis $(18, 4, 2, 17, 4, 19)$.

t	h	i	s	h	a	s	b	e	e	n
19	7	8	18	7	0	18	1	4	4	13
18	4	2	17	4	19	18	4	2	17	4
11	11	10	9	11	19	10	5	6	21	17
l	l	k	j	l	t	k	f	g	v	r

h	i	d	d	e	n	w	e	l	l
7	8	3	3	4	13	22	4	11	11
19	18	4	2	17	4	19	18	4	2
0	0	7	5	21	17	15	22	15	13
a	a	h	f	v	r	p	w	p	n

Krüptotekst: „llkj ltk fgvr aahfvr pwpn“.

Ülesanne: murra lahti järgmine ingliskeelne Vigenère'i šifriga kodeeritud tekst:

We ywqzeq iddug bjt cnjkc bhb eduyl ute imtn lvbvae; fbtpntm odnfbtduf ajpdbeu aobugs aal ntacmf ligp vwe gqpn fyqezeeqpv fyiot, bhb cal jiu fuvmv. We ozgptumf p svtgct gpcck lww io gpg Seabtpsfqu. Ihr Lgcteiuhif itt aa cpguyg vgiom qu gbctbaalu, p wvtf qug xntafipi bhvew wuwo ihr Dqvoaa jpd emetngta iaxmp io ruraolqpv af kcieeqpv sgihu oa bjtie tqcg uiwa fymgis, bv vwe fbtxcg cpseeavpnqqpv tuiv ihrg mtec bjtmfmnkef dggy zcew tb bjtmfmnkef.

Esimene samm: leiame võtme pikkuse.

Üks võimalus selle leidmiseks on Kasiski test:

Otsime krüptotekstist identseid lõike pikkusega $\geqslant 3$. On tõenäoline, et need vastavad identsetele avatekstilõikudele. Nendevaheline kaugus jagub siis võtmepikkusega.

We ywqzeq iddug bjt cnjkc bhb eduyl ute imtn lvbvae; fbtpntm odnfbtduf ajpdbeu aobugs aal ntacmf ligp vwe gqpn fyqezeeqpv fyiot, bhb cal jiu fuvmv. We ozgptumf p svtgct gpcck lww io gpg Seabtpsfqu. Ihr Lgcteiuhif itt aa cpguyg vgiom qu gbctbaalu, p wvtf qug xntafipi bhvew wuwo ihr Dqvoaa jpd emetngta iaxmp io ruraolqpv af kcieeqpv sgihu oa bjtie tqcg uiwa fymgis, bv vwe fbtxcg cpseeavpnqqpv tuiv ihrg mtec bjtmfmnkef dggy zcew tb bjtmfmnkef.

„bjtmfmnkef"-de vahekaugus on 20. „ajpd"-de vahekaugus on 175. „bjt"-de vahekaugus on 265 ja 55. Võtmepikkus on ilmselt 5.

Teine võimalus: kokkulangevusindeks.

Teksti s kokkulangevusindeks $I_c(s)$ on tõenäosus, et kahel juhuslikult valitud positsioonil s-s asub sama täht.

$$\text{Olgu } p_{s,x} = \frac{x\text{-i esinemiste arv } s\text{-s}}{|s|}. \text{ Siis } I_c(s) = \sum_{x \in \Sigma} p_{s,x}^2 \ .$$

Juhusliku stringi s korral $I_c(s) \approx 0.038$ ($|\Sigma| = 26$).

Ingliskeelse teksti s korral $I_c(s) \approx 0.066$ (tõenäosused eespool toodud tabelist).

Monoalfabeetilise šifriga šifreeritud ingliskeelse teksti s korral samuti $I_c(s) \approx 0.066$.

Kui valime krüptotekstist välja positsioonid, kus on šifreerimisel kasutati sama nihet, peaks vastava osateksti I_c olema ≈ 0.066.

Kui valime positsioonid, kus on kasutatud mitut erinevat nihet, siis näib tulemus juhuslikum ja tema I_c peaks olema väiksem.

Oletame et võtmepikkus on 1. Krüptoteksti I_c on ≈ 0.049. Seega võib arvata, et seal on mitut erinevat nihet kasutatud ja oletus on vale.

Oletame, et $|k| = 2$. Siis s_{paaris} on

```
wyqeidgjcjcheultitlbaftnmdftuapbuousanamlgveqnyeeqvyobbajuumwogtmpv
gtpclwopsatsqirgtihftacgyvimubtalpvfuxtfpbvwuohdvajdmtgaamirroqvfce
qvghobteqgiaygsvwftccsevnqvuvhgtcjmmkfgycwbjmmkf
```

ja s_{paaritu} on

```
ewzqdubtnkbbdyuemnvvebptonbdfjdeabgaltcfipwgpfqzepfithclifvvezpufst
cgckwiggebpfuhlceuiitapuggoqgcbauwtqgnaiihewwirqoapeentixpoualpakie
psiuajitcuwfmibvebxgpeapqptiirmebtfnedgzetbtfne
```

Kokkulangevusindeksid on vastavalt 0.049 ja 0.056. Ilmselt liiga väiksed.

Oletame et $|k| = 3$. Siis s_0 on

`wwedgtjbeytmlvfpmntfpeogatmivgnqepytbluvwztfvcpkwgsbsurciitag`
`giqbblwfgtibeuidojettapraqaceviojecifgbwbcpepqtvrtbmnfgctjfk`

s_1 on

`eqqdbckhdletvabnofdadubslafgwqfeevibcjfmegupttclipetfiltuftcu`
`voucauvqxaphwwhqapmnaxiuopfiqshattgwyivetgsanpuigejfkdyebtme`

s_2 on

`yziujncbuuinbettdbujbauanclpepyzqfohaiuvopmsggcwogapqhgehiapy`
`gmgtaptunfivworvadegimorlvkepgubiquamsvfxcevqvihmctmegzwbmnf`

ja kokkulangevusindeksid on vastavalt 0.056, 0.052 ja 0.049.

$|k| = 4$ korral on kokkulangevusindeksid
0.054, 0.064, 0.053, 0.059.

$|k| = 5$ korral on kokkulangevusindeksid
0.081, 0.083, 0.082, 0.090, 0.076.

$|k| = 6$ korral on kokkulangevusindeksid
0.055, 0.069, 0.057, 0.065, 0.054, 0.059.

Nii et ilmselt $|k| = 5$. Kokkulangevusindeksite suurus on tingitud teksti lühidusest.

Viis teksti, igaüks neist saadud nihkešifrit rakendades:

```
wzdtcdtnapddpastlwnzvtafwppccispichtggubpqtiwivptiiavivutcaiwxspvittkgwtk
eeucbuelennudoaaiefefbluetstkoeshtiauigawuabwhodnaooaesoigfsecenthemeytme
yqgnhyivftffbbacggyeyhjvouvglgafrefayobavgfhuraegxrlfegaeuybfgequrcffzbff
wibjblmbbmbaeulmpqqqibimzmtpwpbqliicgmcltxivwdamtmuqkqibtimvbcaqigbmdcbm
qdjkeutvtotjugnfvpepocuvgfgcwgtugutpvqtufnpeoqjeaprpcphjqwgvtpvpvmjngejn
```

Olgu need tekstid $s_0, \ldots, s_4$. Olgu võtme tähed $k_0, \ldots, k_4$.

Kui s_i tähtedest lahutame k_i, siis saame midagi, kus tähed on jaotunud nagu ingliskeelses tekstis.

Järgmine samm: püüame leida $k_i - k_j$ erinevate i ja j jaoks.

Tekstide s ja s' vastastikune kokkulangevusindeks $MI_c(s, s')$ on tõenäosus, et s-i juhuslikul positsioonil olev täht langeb kokku s'-i juhuslikul positsioonil oleva tähega.

$$MI_c(s, s') = \sum_{x \in \Sigma} p_{s,x} p_{s',x}$$

Kui nii s kui ka s' on ingliskeelsed tekstid, siis $MI_c(s, s') \approx 0.066$.

$MI_c(s, s')$ ei muutu, kui rakendame s-le ja s'-le sama monoalfabeedilist šifrit (sama võtmega).

Olgu p_x tähe x esinemissagedus inglise keeles. Olgu s ingliskeelne tekst. Olgu s' saadud ingliskeelses tekstist rakendades talle nihkešifrit võtmega ℓ.

$$MI_c(s, s') = \sum_{i=0}^{25} p_i p_{i+\ell},$$

s.t. $MI_c(s, s')$ sõltub ainult ℓ-st.

Sama MI_c saaksime, kui s-le oleks rakendatud nihkešifrit võtmega i ja s'-le võtmega $i + \ell$.

Vastavad MI_c väärtused on (sõltuvalt ℓ-st):

0	0.066	7	0.038	14	0.039	20	0.036
1	0.040	8	0.033	15	0.045	21	0.033
2	0.032	9	0.035	16	0.038	22	0.044
3	0.033	10	0.038	17	0.035	23	0.033
4	0.044	11	0.045	18	0.033	24	0.032
5	0.033	12	0.039	19	0.038	25	0.040
6	0.036	13	0.043				

Seega suudame me ilmselt ära tunda, kui s-le ja s'-le on rakendatud nihkešifrit sama võtmega.

Meil olid $s_0, \ldots, s_4$. Olgu s_i^ℓ saadud s_i-st, rakendades talle nihkešifrit võtmega ℓ.

Siis s_i^ℓ on saadud tekstist, kus tähed jaotuvad nagu inglise keeles, rakendades talle nihkešifrit võtmega $k_i + \ell$.

Iga i, j, ℓ jaoks uurime, kas s_i ja s_j^ℓ on saadud tekstidest, kus tähed jaotuvad nagu inglise keeles, rakendades neile nihkešifrit sama võtmega.

Kui jah, siis $k_i = k_j + \ell$.

$MI_c(s_0, s_1^\ell)$:

0	0.039	7	0.038	14	0.050	20	0.031
1	0.042	8	0.046	15	0.069	21	0.046
2	0.044	9	0.031	16	0.033	22	0.044
3	0.032	10	0.027	17	0.035	23	0.030
4	0.042	11	0.044	18	0.043	24	0.031
5	0.030	12	0.032	19	0.037	25	0.042
6	0.036	13	0.027				

Ilmselt siis $k_0 = k_1 + 15$.

$MI_c(s_0, s_2^\ell)$:

0	0.027	7	0.027	14	0.055	20	0.042
1	0.039	8	0.040	15	0.051	21	0.054
2	0.055	9	0.033	16	0.034	22	0.037
3	0.038	10	0.042	17	0.049	23	0.036
4	0.033	11	0.029	18	0.036	24	0.044
5	0.033	12	0.029	19	0.029	25	0.035
6	0.026	13	0.046				

Väärtuse $k_0 - k_2$ kohta ei julge midagi väga kindlat ütelda. Tõenäolised on 2 või 14 või 21; ehk ka 15.

$MI_c(s_0, s_3^\ell)$:

0	0.049	7	0.074	14	0.049	20	0.045
1	0.027	8	0.027	15	0.029	21	0.035
2	0.032	9	0.034	16	0.030	22	0.041
3	0.048	10	0.041	17	0.040	23	0.027
4	0.030	11	0.039	18	0.058	24	0.029
5	0.029	12	0.030	19	0.034	25	0.044
6	0.037	13	0.041				

Ilmselt siis $k_0 = k_3 + 7$.

$MI_c(s_0, s_4^{\ell})$:

0	0.052	7	0.039	14	0.038	20	0.038
1	0.035	8	0.028	15	0.045	21	0.030
2	0.044	9	0.039	16	0.032	22	0.034
3	0.035	10	0.037	17	0.036	23	0.028
4	0.045	11	0.030	18	0.026	24	0.038
5	0.033	12	0.036	19	0.041	25	0.047
6	0.053	13	0.062				

Võib arvata, et $k_0 = k_4 + 13$.

$MI_c(s_2, s_4^\ell)$:

0	0.044	7	0.032	14	0.031	20	0.028
1	0.042	8	0.030	15	0.045	21	0.033
2	0.038	9	0.033	16	0.045	22	0.042
3	0.028	10	0.045	17	0.048	23	0.030
4	0.031	11	0.068	18	0.044	24	0.034
5	0.040	12	0.056	19	0.029	25	0.039
6	0.030	13	0.036				

Ilmselt siis $k_2 = k_4 + 11$.

$$k_0 = k_1 + 15$$

$$k_0 = k_3 + 7$$

$$k_0 = k_4 + 13$$

$$k_2 = k_4 + 11$$

Võimalikeks võtmeteks on siis „zkxsm“ ja kõik temast nihkešifrit rakendades saadavad sõnad. Need on:

alytn, bmzuo, cnavp, dobwq, epcxr, fqdys, grezt, hsfau, itgbv, juhcw, kvidx, lwjey, mxkfz, nylga, ozmhb, panic, qbojd, rcpke, sdqlf, termg, ufsnh, vgtoi, whupj, xivqk, yjwrl

Proovime nad kõik järgi.

Võti „panic“ annab

He looked about the cabin but could see very little; strange monstrous shadows loomed and leaped with the tiny flickering flame, but all was quiet. He breathed a silent thank you to the Dentrassis. The Dentrassis are an unruly tribe of gourmands, a wild but pleasant bunch whom the Vogons had recently taken to employing as catering staff on their long haul fleets, on the strict understanding that they keep themselves very much to themselves.