Varmo Vene
Arvutiteaduse Instituut

25.05.2001

Funktsionaalne programmeerimine

Näidis eksami ülesanded (λ-arvutuse ja tüübiteooria kohta)

1. Olgu $\texttt{and} \equiv \lambda xy.\texttt{cond}\ x\ y\ \texttt{F}$. Näita, et

$$\begin{array}{lcl} \texttt{and T T} & = & \texttt{T} \\ \texttt{and T F} & = & \texttt{F} \\ \texttt{and F T} & = & \texttt{F} \\ \texttt{and F F} & = & \texttt{F} \end{array}$$

2. Defineeri selline λ-avaldis `or`, mille korral:

$$\begin{array}{lcl} \texttt{or T T} & = & \texttt{T} \\ \texttt{or T F} & = & \texttt{T} \\ \texttt{or F T} & = & \texttt{T} \\ \texttt{or F F} & = & \texttt{F} \end{array}$$

3. Näita, et $\texttt{exp}\ \underline{m}\ \underline{n} = \underline{m^n}$

4. Näita, et

$$\begin{array}{lcll} \pounds & \equiv & \lambda abcdefghijklmnopqstuvwxyzr.r(thisisafixedpointcombinator) & \\ \$ & \equiv & \pounds & (26\ \text{tükki}) \end{array}$$

   on püsipunktikombinaator.

5. Transleeri λ-term $(\lambda fx.\, f(x\ x))\ (\lambda fx.\, f(x\ x))$ kombinaatorkujule.

6. Näita et:

$$\texttt{S (S(K S) (S(K K) I)) (K(S I I))} = \texttt{C B (S I I)}$$

7. Näita et järgnevad termid ei ole tüübitavad süsteemis $\lambda \rightarrow$

   (a) $\texttt{K I}\,\Omega$
   (b) `Y`
   (c) $\underline{2}\texttt{K}$

8. Olgu antud kontekst Γ, mis sisaldab järgnevaid tüüpimisi:

$$\begin{array}{lcl} \texttt{null} & : & \forall\alpha.\texttt{List}\,\alpha \rightarrow \texttt{Bool} \\ \texttt{nil} & : & \forall\alpha.\texttt{List}\,\alpha \\ \texttt{cons} & : & \forall\alpha.\alpha \rightarrow \texttt{List}\,\alpha \rightarrow \texttt{List}\,\alpha \\ \texttt{hd} & : & \forall\alpha.\texttt{List}\,\alpha \rightarrow \alpha \\ \texttt{tl} & : & \forall\alpha.\texttt{List}\,\alpha \rightarrow \texttt{List}\,\alpha \\ \texttt{cond} & : & \forall\alpha.\texttt{Bool} \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha \\ \texttt{Y} & : & \forall\alpha.(\alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow \alpha \\ \texttt{succ} & : & \texttt{Int} \rightarrow \texttt{Int} \end{array}$$

   Tuleta järgmise avaldise tüüp:

$$\texttt{let}\ map = \texttt{Y}(\lambda mfx.\texttt{cond}\,(\texttt{null}\,x)\ \texttt{nil}\ (\texttt{cons}(f\,(\texttt{hd}\,x))\,(m\,f\,(\texttt{tl}\,x))))\ \texttt{in}\ map\ \texttt{succ}$$

9. Näita, et term $\lambda x.xx$ ei oma süsteemis `F` printsipiaalset tüüpi.