

Struktuurne semantika

- Konfiguratsioonid on kujul $\langle S, s \rangle$ või s , kus S on lause ja s on olek
- Üleminekud on kujul $\langle S, s \rangle \Rightarrow \langle S', s' \rangle$ või $\langle S, s \rangle \Rightarrow s'$
- Konfiguratsioon on lõppkonfiguratsioon, kui ühtegi temast lähtuvat üleminekut ei leidu
- k -sammuline üleminek $\langle S, s \rangle \Rightarrow^k \gamma$
- Lõplikusammuline üleminek $\langle S, s \rangle \Rightarrow^* \gamma$

Keele While struktuurne semantika

- Tühilause

$$\langle \text{skip}, s \rangle \Rightarrow s$$

- Omistamine

$$\langle x := a, s \rangle \Rightarrow s[x \mapsto \mathcal{A}[[a]]s]$$

- Kompositsioon

$$\frac{\langle S_1, s \rangle \Rightarrow \langle S'_1, s' \rangle}{\langle S_1; S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S'_1; S_2, s' \rangle}$$

$$\frac{\langle S_1, s \rangle \Rightarrow s'}{\langle S_1; S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_2, s' \rangle}$$

Keele While struktuurne semantika

- Tingimuslause

$$\langle \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_1, s \rangle \quad \text{if } \mathcal{B}[[b]]s = \text{tt}$$

$$\langle \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_2, s \rangle \quad \text{if } \mathcal{B}[[b]]s = \text{ff}$$

- While-tsükkel

$$\begin{aligned} \langle \text{while } b \text{ do } S, s \rangle \\ \Rightarrow \langle \text{if } b \text{ then } (S; \text{while } b \text{ do } S) \text{ else skip}, s \rangle \end{aligned}$$

Keele While struktuurne semantika

- Näide:

$$\begin{aligned}
 & \langle y := 1; \text{while } \neg(x = 1) \text{ do } (y := y * x; x := x - 1), [x \mapsto 3] \rangle \\
 \Rightarrow & \langle \text{while } \neg(x = 1) \text{ do } (y := y * x; x := x - 1), [x \mapsto 3, y \mapsto 1] \rangle \\
 \Rightarrow & \langle \text{if } \neg(x = 1) \text{ then } ((A_2; A_3); W) \text{ else skip}, [x \mapsto 3, y \mapsto 1] \rangle \\
 \Rightarrow & \langle y := y * x; x := x - 1; W, [x \mapsto 3, y \mapsto 1] \rangle \\
 \Rightarrow & \langle x := x - 1; W, [x \mapsto 3, y \mapsto 3] \rangle \\
 \Rightarrow & \langle \text{while } \neg(x = 1) \text{ do } (y := y * x; x := x - 1), [x \mapsto 2, y \mapsto 3] \rangle \\
 \Rightarrow^* & \langle \text{if } \neg(x = 1) \text{ then } ((A_2; A_3); W) \text{ else skip}, [x \mapsto 1, y \mapsto 6] \rangle \\
 \Rightarrow & \langle \text{skip}, [x \mapsto 1, y \mapsto 6] \rangle \\
 \Rightarrow & [x \mapsto 1, y \mapsto 6]
 \end{aligned}$$

kus

$$\begin{aligned}
 A_2 &= y := y * x & A_3 &= x := x - 1 \\
 W &= \text{while } \neg(x = 1) \text{ do } (A_2; A_3)
 \end{aligned}$$

Semantika omadusi

- Laused S_1 ja S_2 on semantiliselt samaväärsed (ekvivalentsed) kui iga oleku s ja lõppkonfiguratsiooni γ korral

$$\langle S_1, s \rangle \Rightarrow^* \gamma \quad \Longleftrightarrow \quad \langle S_2, s \rangle \Rightarrow^* \gamma$$

- Semantika on ühene (determineeritud) kui suvaliste S, s, γ ja γ' korral

$$\langle S, s \rangle \Rightarrow \gamma \quad \wedge \quad \langle S, s \rangle \Rightarrow \gamma' \quad \Longrightarrow \quad \gamma = \gamma'$$

- **Teoreem:** Keele While struktuurne semantika on ühene.

Semantika omadusi

- **Lemma:** Kui $\langle S_1; S_2, s \rangle \Rightarrow^k s''$ siis leiduvad s', k_1, k_2 sellised et $\langle S_1, s \rangle \Rightarrow^{k_1} s'$ ja $\langle S_2, s' \rangle \Rightarrow^{k_2} s''$, kus $k = k_1 + k_2$.
- **Tõestus:** Induktsiooniga derivatsioonijada $\langle S_1; S_2, s \rangle \Rightarrow^k s''$ pikkuse järgi.

Induktsiooni baas triviaalne.

Hüpotees, et $k \leq k_0$ jaoks kehtib. Näitame, et kehtib ka

$$\langle S_1; S_2, s \rangle \Rightarrow^{k_0+1} s''$$

korral.

Semantika omadusi

- **Lemma:** Alljärgnev implikatsioon ei kehti!

$$\langle S_1; S_2, s \rangle \Rightarrow^* \langle S_2, s' \rangle \quad \Longrightarrow \quad \langle S_1, s \rangle \Rightarrow^* s'$$

- **Lemma:** Alljärgnev implikatsioon kehtib!

$$\langle S_1, s \rangle \Rightarrow^k s' \quad \Longrightarrow \quad \langle S_1; S_2, s \rangle \Rightarrow^k \langle S_2, s' \rangle$$

Semantiline funktsioon $\mathcal{S}_{\text{SOS}}$

- Struktuurne semantika indutseerib semantilise funktsiooni

$$\mathcal{S}_{\text{SOS}} : \mathbf{Stm} \rightarrow (\mathbf{State} \hookrightarrow \mathbf{State})$$

so. iga lause S jaoks defineerime (osalise) funktsiooni

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\text{SOS}}[S] &\in \mathbf{State} \hookrightarrow \mathbf{State} \\ \mathcal{S}_{\text{SOS}}[S]s &= \begin{cases} s' & \text{if } \langle S, s \rangle \Rightarrow^* s' \\ \text{undef} & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned}$$

Loomuliku ja struktuurse semantika samaväärsus

- **Teoreem:** Iga keele While lause S korral $\mathcal{S}_{\text{ns}}[S] = \mathcal{S}_{\text{sos}}[S]$
- **Lemma:** Iga keele While lause S korral

$$\langle S, s \rangle \rightarrow s' \quad \Longrightarrow \quad \langle S, s \rangle \Rightarrow^* s'$$

- **Lemma:** Iga keele While lause S korral

$$\langle S, s \rangle \Rightarrow^k s' \quad \Longrightarrow \quad \langle S, s \rangle \rightarrow s'$$