

# Operatsioonsemantika

- Kirjeldab kuidas toimub programmide täitmine
- Tähendus spetsifitseeritakse **olekuteisendussüsteemi** abil
- **Loomulik semantika**
  - kirjeldab kuidas jõutakse lõppolekusse
- **Struktuurne semantika**
  - kirjeldab programmi täitmist üksikute sammude kaupa

# Loomulik semantika

- Konfiguratsioonid on kujul  $\langle S, s \rangle$  või  $s$ , kus  $S$  on lause ja  $s$  on olek (so. keskkond mis annab muutujatele väärtused)
- Üleminekud on kujul

$$\langle S, s \rangle \rightarrow s'$$

- Iga keelekonstruktsiooniga seotakse tuletusreegel kuidas lihtsamate konstruktsioonide üleminekutest antud konstruktsiooni üleminek saavutatakse

# Keele While loomulik semantika

- Tühilause

$$\langle \text{skip}, s \rangle \rightarrow s$$

- Omistamine

$$\langle x := a, s \rangle \rightarrow s[x \mapsto \mathcal{A}[[a]]s]$$

- Kompositsioon

$$\frac{\langle S_1, s \rangle \rightarrow s' \quad \langle S_2, s' \rangle \rightarrow s''}{\langle S_1; S_2, s \rangle \rightarrow s''}$$

# Keele While loomulik semantika

- Tingimuslause

$$\frac{\langle S_1, s \rangle \rightarrow s'}{\langle \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2, s \rangle \rightarrow s'} \quad \text{if } \mathcal{B}[\![b]\!]s = \text{tt}$$

$$\frac{\langle S_2, s \rangle \rightarrow s'}{\langle \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2, s \rangle \rightarrow s'} \quad \text{if } \mathcal{B}[\![b]\!]s = \text{ff}$$

- While-tsükel

$$\frac{\langle S, s \rangle \rightarrow s' \quad \langle \text{while } b \text{ do } S, s' \rangle \rightarrow s''}{\langle \text{while } b \text{ do } S, s \rangle \rightarrow s''} \quad \text{if } \mathcal{B}[\![b]\!]s = \text{tt}$$

$$\langle \text{while } b \text{ do } S, s \rangle \rightarrow s \quad \text{if } \mathcal{B}[\![b]\!]s = \text{ff}$$

# Keele While loomulik semantika

- Näide:

$y := 1; \text{ while } \neg(x = 1) \text{ do } (y := y \star x; x := x - 1)$

$$\frac{\frac{\frac{\langle A_2, s_1 \rangle \rightarrow s_2 \quad \langle A_3, s_2 \rangle \rightarrow s_3}{\langle A_2; A_3, s_1 \rangle \rightarrow s_3} \quad \frac{\frac{\langle A_2, s_3 \rangle \rightarrow s_4 \quad \langle A_3, s_4 \rangle \rightarrow s_5}{\langle A_2; A_3, s_3 \rangle \rightarrow s_5} \quad \langle W, s_5 \rangle \rightarrow s_5}{\langle W, s_3 \rangle \rightarrow s_5}}{\frac{\langle A_1, s_0 \rangle \rightarrow s_1 \quad \langle W, s_1 \rangle \rightarrow s_5}{\langle A_1; W, s_0 \rangle \rightarrow s_5}}$$

kus

|       |     |                                                    |       |     |                              |       |     |                              |
|-------|-----|----------------------------------------------------|-------|-----|------------------------------|-------|-----|------------------------------|
| $A_1$ | $=$ | $y := 1$                                           | $s_0$ | $=$ | $[x \mapsto 3]$              | $s_3$ | $=$ | $[x \mapsto 2, y \mapsto 3]$ |
| $A_2$ | $=$ | $y := y \star x$                                   | $s_1$ | $=$ | $[x \mapsto 3, y \mapsto 1]$ | $s_4$ | $=$ | $[x \mapsto 2, y \mapsto 6]$ |
| $A_3$ | $=$ | $x := x - 1$                                       | $s_2$ | $=$ | $[x \mapsto 3, y \mapsto 3]$ | $s_5$ | $=$ | $[x \mapsto 1, y \mapsto 6]$ |
| $W$   | $=$ | $\text{while } \neg(x = 1) \text{ do } (A_2; A_3)$ |       |     |                              |       |     |                              |

# Semantika omadusi — ekvivalents

- Laused  $S_1$  ja  $S_2$  on **semantiliselt samaväärsed** (ekvivalentsed) kui iga oleku  $s$  ja  $s'$  korral

$$\langle S_1, s \rangle \rightarrow s' \iff \langle S_2, s \rangle \rightarrow s'$$

- Lemma:** Lause `while  $b$  do  $S$`  on semantiliselt samaväärne lausega `if  $b$  then ( $S$ ; while  $b$  do  $S$ ) else skip`
- Tõestus:**

$$\langle \text{while } b \text{ do } S, s \rangle \rightarrow s'' \quad (*)$$

$$\langle \text{if } b \text{ then } (S; \text{while } b \text{ do } S) \text{ else skip}, s \rangle \rightarrow s'' \quad (**)$$

# Semantika omadusi — ekvivalents (tõestuse järg)

- $(*) \Rightarrow (**), \mathcal{B}[\![b]\!]s = \text{tt}$

$$\frac{\begin{array}{c} \vdots T_1 \\ \langle S, s \rangle \rightarrow s' \end{array} \quad \begin{array}{c} \vdots T_2 \\ \langle \text{while } b \text{ do } S, s' \rangle \rightarrow s'' \end{array}}{\langle \text{while } b \text{ do } S, s \rangle \rightarrow s''}$$

$$\frac{\begin{array}{c} \vdots T_1 \\ \langle S, s \rangle \rightarrow s' \end{array} \quad \begin{array}{c} \vdots T_2 \\ \langle \text{while } b \text{ do } S, s' \rangle \rightarrow s'' \end{array}}{\langle S; \text{while } b \text{ do } S, s \rangle \rightarrow s''} \\ \hline \langle \text{if } b \text{ then } (S; \text{while } b \text{ do } S) \text{ else skip}, s \rangle \rightarrow s''$$

# Semantika omadusi — ekvivalents (tõestuse järg)

- $(*) \Rightarrow (**), \mathcal{B}[[b]]s = \text{ff}$

$$\langle \text{while } b \text{ do } S, s \rangle \rightarrow s$$

$$\frac{\langle \text{skip}, s \rangle \rightarrow s}{\langle \text{if } b \text{ then } (S; \text{while } b \text{ do } S) \text{ else skip}, s \rangle \rightarrow s}$$

- $(**) \Rightarrow (*), \mathcal{B}[[b]]s = \text{tt}$
- $(**) \Rightarrow (*), \mathcal{B}[[b]]s = \text{ff}$

# Semantika omadusi — determinism

- Semantika on **ühene** (determineeritud) kui suvaliste  $S, s, s', s''$  korral

$$\langle S, s \rangle \rightarrow s' \quad \wedge \quad \langle S, s \rangle \rightarrow s'' \quad \implies \quad s' = s''$$

- **Teoreem:** Keele While loomilik semantika on ühene.
- **Tõestus:** Eeldame et  $\langle S, s \rangle \rightarrow s'$  ning näitame et kui  $\langle S, s \rangle \rightarrow s''$  siis  $s' = s''$ . Tõestus toimub induktsiooniga  $\langle S, s \rangle \rightarrow s'$  tuletuspuu struktuuri järgi.

## Semantiline funktsioon $\mathcal{S}_{\text{ns}}$

- Loomulik semantika indutseerib semantilise funktsiooni

$$\mathcal{S}_{\text{ns}} : \mathbf{Stm} \rightarrow (\mathbf{State} \hookrightarrow \mathbf{State})$$

so. iga lause  $S$  jaoks defineerime (osalise) funktsiooni

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\text{ns}}[S] &\in \mathbf{State} \hookrightarrow \mathbf{State} \\ \mathcal{S}_{\text{ns}}[S]s &= \begin{cases} s' & \text{if } \langle S, s \rangle \rightarrow s' \\ \text{undef} & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned}$$

# Struktuurne semantika

- Konfiguratsioonid on kujul  $\langle S, s \rangle$  või  $s$ , kus  $S$  on lause ja  $s$  on olek
- Üleminekud on kujul  $\langle S, s \rangle \Rightarrow \langle S', s' \rangle$  või  $\langle S, s \rangle \Rightarrow s'$
- Konfiguratsioon on lõppkonfiguratsioon, kui ühtegi temast lähtuvat üleminekut ei leidu
- $k$ -sammuline üleminek  $\langle S, s \rangle \Rightarrow^k \gamma$
- Lõplikusammuline üleminek  $\langle S, s \rangle \Rightarrow^* \gamma$

# Keele While struktuurne semantika

- Tühilause

$$\langle \text{skip}, s \rangle \Rightarrow s$$

- Omistamine

$$\langle x := a, s \rangle \Rightarrow s[x \mapsto \mathcal{A}[[a]]s]$$

- Kompositsioon

$$\frac{\langle S_1, s \rangle \Rightarrow \langle S'_1, s' \rangle}{\langle S_1; S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S'_1; S_2, s' \rangle}$$

$$\frac{\langle S_1, s \rangle \Rightarrow s'}{\langle S_1; S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_2, s' \rangle}$$

# Keele While struktuurne semantika

- Tingimuslause

$$\langle \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_1, s \rangle \quad \text{if } \mathcal{B}[[b]]s = \text{tt}$$
$$\langle \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_2, s \rangle \quad \text{if } \mathcal{B}[[b]]s = \text{ff}$$

- While-tsükkel

$$\begin{aligned} &\langle \text{while } b \text{ do } S, s \rangle \\ &\quad \Rightarrow \langle \text{if } b \text{ then } (S; \text{while } b \text{ do } S) \text{ else skip}, s \rangle \end{aligned}$$

# Keele While struktuurne semantika

- Näide:

$\langle y := 1; \text{while } \neg(x = 1) \text{ do } (y := y * x; x := x - 1), [x \mapsto 3] \rangle$   
 $\Rightarrow \langle \text{while } \neg(x = 1) \text{ do } (y := y * x; x := x - 1), [x \mapsto 3, y \mapsto 1] \rangle$   
 $\Rightarrow \langle \text{if } \neg(x = 1) \text{ then } ((A_2; A_3); W) \text{ else skip}, [x \mapsto 3, y \mapsto 1] \rangle$   
 $\Rightarrow \langle y := y * x; x := x - 1; W, [x \mapsto 3, y \mapsto 1] \rangle$   
 $\Rightarrow \langle x := x - 1; W, [x \mapsto 3, y \mapsto 3] \rangle$   
 $\Rightarrow \langle \text{while } \neg(x = 1) \text{ do } (y := y * x; x := x - 1), [x \mapsto 2, y \mapsto 3] \rangle$   
 $\Rightarrow^* \langle \text{if } \neg(x = 1) \text{ then } ((A_2; A_3); W) \text{ else skip}, [x \mapsto 1, y \mapsto 6] \rangle$   
 $\Rightarrow \langle \text{skip}, [x \mapsto 1, y \mapsto 6] \rangle$   
 $\Rightarrow [x \mapsto 1, y \mapsto 6]$

kus

$$\begin{array}{ll} A_2 & = \quad y := y * x \\ A_3 & = \quad x := x - 1 \\ W & = \quad \text{while } \neg(x = 1) \text{ do } (A_2; A_3) \end{array}$$

# Semantika omadusi

- Laused  $S_1$  ja  $S_2$  on **semantiliselt samaväärsed** (ekvivalentsed) kui iga oleku  $s$  ja lõppkonfiguratsiooni  $\gamma$  korral

$$\langle S_1, s \rangle \Rightarrow^* \gamma \quad \Longleftrightarrow \quad \langle S_2, s \rangle \Rightarrow^* \gamma$$

- Semantika on **ühene** (determineeritud) kui suvaliste  $S$ ,  $s$ ,  $\gamma$  ja  $\gamma'$  korral

$$\langle S, s \rangle \Rightarrow \gamma \quad \wedge \quad \langle S, s \rangle \Rightarrow \gamma' \quad \Longrightarrow \quad \gamma = \gamma'$$

- **Teoreem:** Keele While struktuurne semantika on ühene.

## Semantika omadusi

- **Lemma:** Kui  $\langle S_1; S_2, s \rangle \Rightarrow^k s''$  siis leiduvad  $s'$ ,  $k_1$ ,  $k_2$  sellised et  $\langle S_1, s \rangle \Rightarrow^{k_1} s'$  ja  $\langle S_2, s' \rangle \Rightarrow^{k_2} s''$ , kus  $k = k_1 + k_2$ .
- **Tõestus:** Induktsiooniga derivatsioonijada  $\langle S_1; S_2, s \rangle \Rightarrow^k s''$  pikkuse järgi.

Induktsiooni baas triviaalne.

Hüpotees, et  $k \leq k_0$  jaoks kehtib. Näitame, et kehtib ka

$$\langle S_1; S_2, s \rangle \Rightarrow^{k_0+1} s''$$

korral.

# Semantika omadusi

- **Lemma:** Alljärgnev implikatsioon **ei kehti!**

$$\langle S_1; S_2, s \rangle \Rightarrow^* \langle S_2, s' \rangle \quad \Longrightarrow \quad \langle S_1, s \rangle \Rightarrow^* s'$$

- **Lemma:** Alljärgnev implikatsioon **kehtib!**

$$\langle S_1, s \rangle \Rightarrow^k s' \quad \Longrightarrow \quad \langle S_1; S_2, s \rangle \Rightarrow^k \langle S_2, s' \rangle$$

# Semantiline funktsioon $\mathcal{S}_{\text{SOS}}$

- Struktuurne semantika indutseerib semantilise funktsiooni

$$\mathcal{S}_{\text{SOS}} : \mathbf{Stm} \rightarrow (\mathbf{State} \hookrightarrow \mathbf{State})$$

so. iga lause  $S$  jaoks defineerime (osalise) funktsiooni

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\text{SOS}}[S] &\in \mathbf{State} \hookrightarrow \mathbf{State} \\ \mathcal{S}_{\text{SOS}}[S]s &= \begin{cases} s' & \text{if } \langle S, s \rangle \Rightarrow^* s' \\ \text{undef} & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned}$$

# Loomuliku ja struktuurse semantika samaväärsus

- **Teoreem:** Iga keele While lause  $S$  korral  $\mathcal{S}_{\text{ns}}[S] = \mathcal{S}_{\text{sos}}[S]$
- **Lemma:** Iga keele While lause  $S$  korral

$$\langle S, s \rangle \rightarrow s' \quad \Longrightarrow \quad \langle S, s \rangle \Rightarrow^* s'$$

- **Lemma:** Iga keele While lause  $S$  korral

$$\langle S, s \rangle \Rightarrow^k s' \quad \Longrightarrow \quad \langle S, s \rangle \rightarrow s'$$

# Keele While laiendused — katkestamine

- Abstraktne süntaks

$$\begin{aligned} S \quad ::= & \quad x := a \mid \text{skip} \mid S_1; S_2 \\ & \mid \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2 \mid \text{while } b \text{ do } S \\ & \mid \text{abort} \end{aligned}$$

- Katkestab programmi töö
- Loomulik ja struktuurne semantika jäävad samaks!
- Loomulikus semantikas pole võimalik eristada lõpmatut tsüklit (`while true do skip`) ning katkestamist (`abort`)
- Struktuurses semantikas on lõpmatu tsükel esitatud lõpmatu derivatsiooni kaudu ning katkestamine lõpliku derivatsiooni kaudu, mis lõpeb kinnijäänud konfiguratsioonis (*stuck configuration*)

# Keele While laiendused — mittedetermineeritus

- Abstraktne süntaks

$$\begin{aligned} S \quad ::= & \quad x := a \mid \text{skip} \mid S_1; S_2 \\ & \mid \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2 \mid \text{while } b \text{ do } S \\ & \mid S_1 \text{ or } S_2 \end{aligned}$$

- Mittedetermineeritud valik
- Näiteks lause  $(x := 1 \text{ or } (x := 2; x := x + 2))$  täitmise järel võib muutuja  $x$  väärtuseks olla kas 1 või 4

# Keele While laiendused — mittedetermineeritus

- Loomulik semantika

$$\frac{\langle S_1, s \rangle \rightarrow s'}{\langle S_1 \text{ or } S_2, s \rangle \rightarrow s'}$$

$$\frac{\langle S_2, s \rangle \rightarrow s'}{\langle S_1 \text{ or } S_2, s \rangle \rightarrow s'}$$

- Struktuurne semantika

$$\langle S_1 \text{ or } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_1, s \rangle$$

$$\langle S_1 \text{ or } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_2, s \rangle$$

- Loomulikus semantikas väldib mittedetermineeritus lõpmatut tsüklit (kui see on võimalik)
- Struktuurses semantikas mittedetermineeritus ei väldi lõpmatuid tsükleid

# Keele While laiendused — paralleelsus

- Abstraktne süntaks

$$\begin{aligned} S \quad ::= \quad & x := a \mid \text{skip} \mid S_1; S_2 \\ & \mid \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2 \mid \text{while } b \text{ do } S \\ & \mid S_1 \text{ par } S_2 \end{aligned}$$

- Paralleelne täitmine
- Näiteks lause  $(x := 1 \text{ par } (x := 2; x := x + 2))$  täitmise järel võib muutuja  $x$  väärtuseks olla kas 1, 3 või 4

# Keele While laiendused — paralleelsus

- Loomulik semantika

$$\frac{\langle S_1, s \rangle \rightarrow s' \quad \langle S_2, s' \rangle \rightarrow s''}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \rightarrow s''} \qquad \frac{\langle S_2, s \rangle \rightarrow s' \quad \langle S_1, s' \rangle \rightarrow s''}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \rightarrow s''}$$

- Struktuurne semantika

$$\frac{\langle S_1, s \rangle \Rightarrow \langle S'_1, s' \rangle}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S'_1 \text{ par } S_2, s' \rangle} \qquad \frac{\langle S_1, s \rangle \Rightarrow s'}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_2, s' \rangle}$$
$$\frac{\langle S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S'_2, s' \rangle}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_1 \text{ par } S'_2, s' \rangle} \qquad \frac{\langle S_2, s \rangle \Rightarrow s'}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_1, s' \rangle}$$

- Struktuurne semantika võimaldab väljendada käskude põimumist
- Loomulikus semantikas pole see võimalik

# Lihtne imperatiivne keel — Block

- Laiendab keelt While plokkstruktuuridega lokaalsete muutujate defineerimiseks
- Süntaktilised kategooriad

|                       |                           |
|-----------------------|---------------------------|
| $n \in \mathbf{Num}$  | arvud                     |
| $x \in \mathbf{Var}$  | muutujad                  |
| $a \in \mathbf{AExp}$ | aritmeetilised avaldised  |
| $b \in \mathbf{BExp}$ | tõeväärtusavaldised       |
| $S \in \mathbf{Stm}$  | laused                    |
| $D \in \mathbf{Dec}$  | muutujate deklaratsioonid |

# Lihtne imperatiivne keel — Block

- Abstraktne süntaks

$$\begin{aligned} S &::= x := a \mid \text{skip} \mid S_1; S_2 \\ &\quad \mid \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2 \mid \text{while } b \text{ do } S \\ &\quad \mid \text{begin } D \text{ } S \text{ end} \\ D &::= \text{var } x := a; D \mid \varepsilon \end{aligned}$$

- Näide:

```
begin  var y := 1;
      (x := 1;
       begin var x := 2; y := x + 1 end;
       x := y + x)
end
```

# Lihtne imperatiivne keel — Block

- Plokkstruktuuri loomulik semantika

$$\frac{\langle D, s \rangle \rightarrow_D s' \quad \langle S, s' \rangle \rightarrow s''}{\langle \text{begin } D \ S \text{ end}, s \rangle \rightarrow s'' [\text{DV}(D) \mapsto s]}$$

kus

$$\begin{aligned} \text{DV}(\text{var } x := a; D) &= \{x\} \cup \text{DV}(D) \\ \text{DV}(\varepsilon) &= \emptyset \end{aligned}$$

ja

$$(s'[X \mapsto s]) x = \begin{cases} s x & \text{if } x \in X \\ s' x & \text{if } x \notin X \end{cases}$$

- Deklaratsioonide loomulik semantika

$$\frac{\langle D, s[x \mapsto \mathcal{A}[[a]]s] \rangle \rightarrow_D s'}{\langle \text{var } x := a; D, s \rangle \rightarrow_D s'}$$
$$\langle \varepsilon, s \rangle \rightarrow_D s$$

# Lihtne imperatiivne keel — Proc

- Laiendab keelt Block protseduuridefinitatsioonide ja väljakutsetega
- Süntaktilised kategooriad

|                        |                             |
|------------------------|-----------------------------|
| $n \in \mathbf{Num}$   | arvud                       |
| $x \in \mathbf{Var}$   | muutujad                    |
| $a \in \mathbf{AExp}$  | aritmeetilised avaldised    |
| $b \in \mathbf{BExp}$  | tõeväärtusavaldised         |
| $S \in \mathbf{Stm}$   | laused                      |
| $D \in \mathbf{Dec}$   | muutujate deklaratsioonid   |
| $p \in \mathbf{PName}$ | protseduuride nimed         |
| $P \in \mathbf{Proc}$  | protseduuride definitioonid |

# Lihtne imperatiivne keel — Proc

- Abstraktne süntaks

$$\begin{aligned} S &::= x := a \mid \text{skip} \mid S_1; S_2 \\ &\quad \mid \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2 \mid \text{while } b \text{ do } S \\ &\quad \mid \text{begin } D \text{ } P \text{ } S \text{ end} \mid \text{call } p \\ D &::= \text{var } x := a; D \mid \varepsilon \\ P &::= \text{proc } p \text{ is } S; P \mid \varepsilon \end{aligned}$$

# Lihtne imperatiivne keel — Proc

- Näide:

```
begin  var x := 0;  
      proc p is x := x * 2;  
      proc q is call p;  
      begin  var x := 5;  
            proc p is x := x + 1;  
            call q;  
            y := x  
      end  
end
```

# Keele Proc loomulik semantika

- Protseduuride keskond — dünaamiline skoopimine

$$\mathbf{Env}_P = \mathbf{PName} \hookrightarrow \mathbf{Stm}$$

- Protseduuride keskond — staatiline skoopimine

$$\mathbf{Env}_P = \mathbf{PName} \hookrightarrow \mathbf{Stm} \times \mathbf{Env}_P$$

- Üleminekud on kujul

$$env \vdash \langle S, s \rangle \rightarrow s'$$

# Keele Proc loomulik semantika

- Tühilause

$$env \vdash \langle \text{skip}, s \rangle \rightarrow s$$

- Omistamine

$$env \vdash \langle x := a, s \rangle \rightarrow s[x \mapsto \mathcal{A}[[a]]s]$$

- Kompositsioon

$$\frac{env \vdash \langle S_1, s \rangle \rightarrow s' \quad env \vdash \langle S_2, s' \rangle \rightarrow s''}{env \vdash \langle S_1; S_2, s \rangle \rightarrow s''}$$

# Keele Proc loomulik semantika

- Tingimuslause

$$\frac{env \vdash \langle S_1, s \rangle \rightarrow s'}{env \vdash \langle \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2, s \rangle \rightarrow s'} \quad \text{if } \mathcal{B}[[b]]s = \text{tt}$$

$$\frac{env \vdash \langle S_2, s \rangle \rightarrow s'}{env \vdash \langle \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2, s \rangle \rightarrow s'} \quad \text{if } \mathcal{B}[[b]]s = \text{ff}$$

- While-tsükkel

$$\frac{env \vdash \langle S, s \rangle \rightarrow s' \quad env \vdash \langle \text{while } b \text{ do } S, s' \rangle \rightarrow s''}{env \vdash \langle \text{while } b \text{ do } S, s \rangle \rightarrow s''} \quad \text{if } \mathcal{B}[[b]]s = \text{tt}$$

$$env \vdash \langle \text{while } b \text{ do } S, s \rangle \rightarrow s \quad \text{if } \mathcal{B}[[b]]s = \text{ff}$$

# Keele Proc loomulik semantika

- Plokkstruktuur

$$\frac{\langle D, s \rangle \rightarrow_D s' \quad \text{upd}(P, env) \vdash \langle S, s' \rangle \rightarrow s''}{env \vdash \langle \text{begin } D \ P \ S \ \text{end}, s \rangle \rightarrow s''[\text{DV}(D) \mapsto s]}$$

- Protseduuri keskkonna muutmine

- Dünaamiline skoopimine

$$\begin{aligned}\text{upd}(\text{proc } p \text{ is } S; \ P, env) &= \text{upd}(P, env[p \mapsto S]) \\ \text{upd}(\varepsilon, env) &= env\end{aligned}$$

- Staatileine skoopimine

$$\begin{aligned}\text{upd}(\text{proc } p \text{ is } S; \ P, env) &= \text{upd}(P, env[p \mapsto (S, env)]) \\ \text{upd}(\varepsilon, env) &= env\end{aligned}$$

# Keele Proc loomulik semantika

- Protseduuride väljakutsumine — dünaamiline skoopimine

$$\frac{env \vdash \langle S, s \rangle \rightarrow s'}{env \vdash \langle \text{call } p, s \rangle \rightarrow s'} \quad \text{where } env\ p = S$$

- Protseduuride väljakutsumine — staatiline skoopimine

$$\frac{env' \vdash \langle S, s \rangle \rightarrow s'}{env \vdash \langle \text{call } p, s \rangle \rightarrow s'} \quad \text{where } env\ p = (S, env')$$

- Rekursiivsete protseduuride väljakutsumine — staatiline skoopimine

$$\frac{env'[p \mapsto (S, env')] \vdash \langle S, s \rangle \rightarrow s'}{env \vdash \langle \text{call } p, s \rangle \rightarrow s'} \quad \text{where } env\ p = (S, env')$$