

Teemasid bakalaureusetöödeks

Valdis Laan

17. oktoober 2007. a.

(1) **Maatriksite kategooria.** Selle kategooria objektideks on naturaalarvud ning morfismide hulk $Mor(m, n)$ on $Mat(m, n)$. Morfismide kompositsiooniks on maatriksite korrutis ja objekti n ühikmorfismiks n -ndat järku ühikmaatriks. Millised on selle kategooria monomorfismid, epimorfismid, piirid, kopiirid jne.?

Sellel teemal saab kirjutada ainult bakalaureusetöö.

(2) **Meetrilised ruumid kui rikastatud kategooriad.** Toetudes F. W. Lawvere artiklile “Metric spaces, generalized logic and closed categories” näidata, et meetrilist ruumi X võib vaadelda kategooriana, mille objektideks on hulga X elemendid ja mis on rikastatud üle kategooria, mille objektide hulgaks on $\overline{\mathbb{R}_+} = \{r \in \mathbb{R} \mid r \geq 0\} \cup \{+\infty\}$ ja kus leidub morfism $r \rightarrow s$, kui $r \geq s$.

Sellel teemal saab kirjutada bakalaureusetöö, aga võibolla ka magistritöö.

(3) **Järjestatud monoidid ja polügoonid.** *Järjestatud monoid* on kolmik $(S, \cdot, 1, \leq)$, kus $\cdot$ on kahekohaline algebraline tehe ja $\leq$ on järjestusseos hulgal S , 1 on hulga S element, ning

1. $(st)u = s(tu)$,
2. $s1 = 1s = s$,
3. $s \leq t \Rightarrow su \leq tu \wedge us \leq ut$

mistahes elementide $s, t, u \in S$ korral. Hulk A koos järjestusseosega $\leq$ on *parempoolne järjestatud polügoon* üle järjestatud monoidi S , kui on defineeritud kujutus $A \times S \rightarrow A$, $(a, s) \mapsto as$, nii et

1. $(as)t = a(st)$,

2. $a1 = a,$

3. $s \leq t \Rightarrow as \leq at,$

4. $a \leq a' \Rightarrow as \leq a's$

mistahes elementide $a, a' \in A, s, t \in S$ korral.

Järjestatud polügoonide uurimine on saanud hoo sisse viimase viie aasta jooksul. Siin on palju võimalusi, millest kirjutada nii bakalaureuse-, magistri- kui võibolla isegi doktoritöö tasemel.